

ЗАДАЧИ
за първи кръг на олимпиадата по астрономия

• **ученици VII+IX клас**

1. Има ли място на Земята, където Слънцето може да изгрее от юг? **(2 точки)**
2. Може ли комета, извършваща периодично движение около Слънцето, да запази вечно своя вид? **(2 точки)**
3. На Земята е достатъчна само една малка искра, за да избухне газът метан и бързо да изгори. Защо на Юпитер, където стават мощни електрически разряди, метанът в атмосферата съществува в огромни количества и не изгаря? **(4 точки)**
4. Масата на Луната е 81,3 пъти по-малка от масата на Земята, а радиусът и - 3,67 пъти по-малък от земния. Приблизително колко пъти теглото на космонавтите на Луната ще бъде по-малко, отколкото ако се намираха на Земята? (Пренебрегваме зависимостта на теглото от центробежните сили, възникващи при околоосното въртене на Земята, и приемаме, че Земята е кълбо). **(6 точки)**
5. Каква е масата на метеорното вещество, което трябва да пада всяко денонощие върху площ 1m^2 от земната повърхност със скорост 40 km/s , така че получената топлина да бъде еквивалентна на слънчевата константа. **(6 точки)**

Упътване: Слънчевата константа представлява пълната мощност на излъчването, което попада върху площадка с площ 1m^2 извън земната атмосфера, разположена на разстояние, равно на средното разстояние от Земята до Слънцето. Числената и стойност е: $K=1373\text{ W/m}^2$

• **ученици X+XII клас**

1. Влияе ли рефракцията на двете екваториални координати на небесните светила и кога? А на еклиптичните? **(2 точки)**
 2. Пълната светимост на Слънцето е $L_{\odot}=3,84 \cdot 10^{26}\text{ J/s}$, а ефективната му температура- $T_{\text{eff}}=5785\text{ K}$. Определете радиуса на Слънцето. Константата на Стефан-Болцман е $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8}\text{ W/m}^2\text{K}^4$. **(5 точки)**
- Упътване:** Законът на Стефан-Болцман дава връзка между пълната енергия W , излъчена от единица площ за единица време от слънчевата повърхност, и ефективната температура на Слънцето:
- $$A = \sigma T_{\text{eff}}^4$$
3. Определете диаметъра на звездата Мира от Кит (o-Cet) в километри, ако видимият ѝ ъглов диаметър е $\beta=0,065''$, а паралаксът- $\pi=0,024''$. **(6 точки)**
- Упътване:** За малки ъгли α (в радиани) са в сила приближенията: $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$.
4. Може ли да се определи дължината на кометната опашка с голяма точност? **(2 точки)**
 5. Къде е по-изгодно да се ускорява космически кораб- когато той се намира в афелия на своята орбита, или в перихелия? **(5 точки)**

ЗАБЕЛЕЖКА: Максималният брой точки е 20. Необходимият брой точки, за допускане до участие в следващия кръг е:

- А) За ученици от VII+IX клас - 13 точки;
Б) За ученици от X+XII клас - 13 точки.

РЕШЕНИЯ
НА ЗАДАЧИТЕ ОТ
ПЪРВИЯ КРЪГ НА ОЛИМПИДАТА ПО
АСТРОНОМИЯ
(УЧЕНИЦИ VII+IX КЛАС)

1. Да, има и това е северният полюс. Там Слънцето изгрива от юг и то не само понякога, а винаги. Всъщност Слънцето изгрива един път годишно и всяка година от различна точка на хоризонта. Но когато се намираме на Северния полюс за нас всички точки по азимут са на юг **(2 т.)**
2. Не. Периодичните комети се движат по силно издължени орбити. При преминаването през перихелия кометата се намира много по-близо до Слънцето, отколкото когато е в афелия на своята орбита. При всяко приближаване до Слънцето под действие на слънчевата топлина част

от летливите компоненти в кометното ядро се изпаряват и това води до бурни процеси на изхвърляне на вещество от кометата. Така многократните преминавания на кометата през перихелия стават причина за нейното изменение и разрушение **(2 т.)**.

- Избухването и изгарянето на метана на Земята представлява химически процес на взаимодействие с кислорода от земния въздух **(2 т.)**. В атмосферата на Юпитер дори и да има кислород, той е в нищожно малка концентрация **(2 т.)**.
- Нека G_* е теглото на космонавта на земната повърхност. Тогава, според закона на Нютон за всемирното привличане:

$$G_* = \gamma m M_*/R_*^2 \quad \text{(2 т.)}$$

където γ е гравитационната константа, m е масата на космонавта, M_* и R_* са съответно масата и радиусът на Земята. (Известно е, че ако в едно тяло с кълбовидна форма веществото е разпределено в еднородни по плътност концентрични слоеве, то оказва същото гравитационно въздействие, каквото би оказвала материална точка, намираща се на мястото на неговия център, с маса, равна на масата на тялото).

Ако G_c е теглото на космонавта на лунната повърхност, то:

$$G_c = \gamma m M_c/R_c^2 \quad \text{(1 т.)}$$

където $M_c = M_*/81.3$ е масата на Луната, $R_c = R_*/3.67$ е нейният радиус. Следователно:

$$G_c = (\gamma m M_*/R_*^2) \cdot (3.67)^2/81.3 \quad \text{(2 т.)}$$

или

$$G_c \approx 0.17 G_* \approx G_*/6 \quad \text{(1 т.)}$$

Теглото на космонавта на лунната повърхност ще бъде около 6 пъти по-малко, отколкото теглото му на земната повърхност.

- Нека масата на метеорното вещество, падащо върху земната повърхност за една секунда е m . Кинетичната енергия на това вещество е:

$$E = mv^2/2 \quad \text{(1 т.)}$$

Ако предположим, че тя цялата се превръща в топлина, за да бъде еквивалентна на слънчевата константа, е необходимо да е изпълнено равенството:

$$mv^2/2 = K \quad \text{(2 т.)}$$

Масата на метеорното вещество, постъпваща на 1 m^2 от земната повърхност за една секунда трябва да е:

$$m = 2K/v^2 \quad \text{(2 т.)}$$

Масата, падаща за едно денонощие, ще бъде:

$$M = (2K/v^2) \cdot 24\text{h} \cdot 60\text{min} \cdot 60\text{sec} = 2 \cdot 1373 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 / (40000)^2 \approx 148 \text{ g.} \quad \text{(1 т.)}$$

РЕШЕНИЯ
НА ЗАДАЧИТЕ ОТ
ПЪРВИЯ КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО
АСТРОНОМИЯ
(УЧЕНИЦИ X-XII КЛАС)

- Рефракцията влияе и на двете екваториални координати, с изключение на часовия ъгъл и ректасцензията при кулминации. На еклиптичните координати влияе във всички случаи. **(2 т.)**
- За единица време пълната енергия, която се излъчва от слънчевата повърхност е $AS=L_*$, където S е пълната повърхнина на Слънцето: $S=4\pi R^2$. Тук R е радиусът на Слънцето. От друга страна, законът на Стефан-Болцман дава връзка между величината A и ефективната температура на Слънцето:

$$A = \sigma T_{\text{eff}}^4. \quad \text{(1 т.)}$$

Тогава можем да напишем уравнението:

$$4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 = L_*, \quad \text{(2 т.)}$$

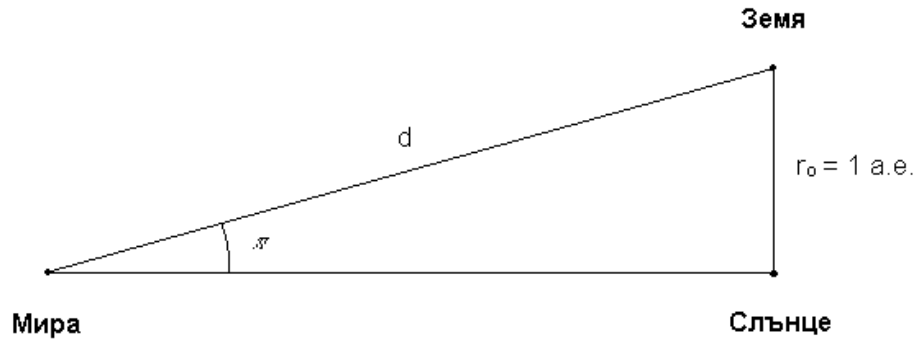
откъдето получаваме окончателно:

$$R = \{ L_*/4\pi\sigma T_{\text{eff}}^4 \}^{1/2}. \quad \text{(1 т.)}$$

След заместване с числовите стойности получаваме:

$$R \approx 700\,000 \text{ km} \quad \text{(1 т.)}$$

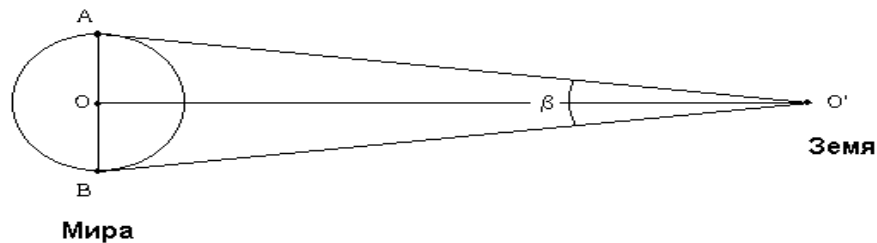
- I начин:** Разстоянието d до звездата Мира от Кит можем да определим с помощта на правоъгълния триъгълник, показан на фиг. 1:



Фиг. 1.

$$d = r_0 / \sin \pi. \quad (1 \text{ т.})$$

Нека сега разгледаме равнобедрения триъгълник ABO' на фиг. 2 (с бедра $AO'=BO'$). Тук $D=|AB|$ е диаметърът на звездата. Ние вече определихме височината на този триъгълник OO' , която се явява разстоянието d от нас до звездата.



Фиг. 2.

Остава да определим D : От геометрични съображения веднага можем да напишем:

$$D = 2 d \operatorname{tg} (\beta/2) = 2 r_0 \operatorname{tg} (\beta/2) / \sin \pi. \quad (2 \text{ т.})$$

Понеже ъглите β и π са много малки, са в сила приближенията: $\sin \pi \approx \pi$ и $\operatorname{tg} (\beta/2) \approx \beta/2$. Следователно:

$$D = r_0 \beta / \pi \quad (2 \text{ т.})$$

За да заместим с числените стойности, първо трябва превърнем използваните ъгли в радиани: $\beta = 3,151 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$; $\pi = 1,163 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$. След заместване с числените стойности за диаметъра на звездата α -Cet окончателно получаваме:

$$D \approx 405 \text{ млн. km.} \quad (1 \text{ т.})$$

II начин: По същество отношението между видимия ъглов диаметър на една звезда и нейния паралакс показва колко пъти истинският и диаметър е по-голям от радиуса на земната орбита. Тогава веднага можем да напишем:

$$D = r_0 \beta / \pi, \quad (5 \text{ т.})$$

или след заместване с числовите стойности:

$$D \approx 405 \text{ млн. km.} \quad (1 \text{ т.})$$

4. Както е известно, кометите обикалят около Слънцето по затворени орбити, макар и с много голям период. При доближаване до Слънцето, поради нагряването на кометната повърхност от слънчевите лъчи, летливите компоненти от кометното вещество започват да се изпаряват и отделят, така че за наблюдателя това се вижда като размита следа, съпровождаща самата комета при нейното движение. Отдалечената от кометата част от опашката представлява област, където концентрацията на изпарилото се вещество е започнала да намалява. Поради това няма никакъв смисъл да говорим за точно определяне на дължината на кометната опашка. (2 т.)
5. Съгласно II закон на Кеплер спътникът се движи по своята орбита с променлива скорост. Вследствие на земното притегляне в апогея тя е най-малка, а в перигея - най-голяма. (1 т.)

Малката начална скорост в апогея или голямата в перигея са свързани със скоростта, която трябва да достигне космическия кораб, а следователно и с разхода на гориво. (1 т.)

Ако увеличим скоростта v на кораба с Δv , то изменението на кинетичната енергия (за единица маса) е:

$$\Delta E = (v + \Delta v)^2 / 2 - v^2 / 2 = v \cdot \Delta v + \Delta v^2 / 2 . \quad (2 \text{ т.})$$

От тук се вижда, че при по-голяма скорост прирастът на енергия е по-голям. Потенциалната енергия считаме, че не се променя, а пълната енергия на кораба се запазва - тя е една и съща както в апогея, така и в перигея. В това се състои неочакваният на пръв поглед извод: от малка височина е по-лесно да излети спътник (или да се ускори космически кораб), отколкото от голяма височина (1 т.).

ЗАДАЧИ

за втори кръг на олимпиадата по астрономия

• ученици VII, IX клас

1. (А) Ако някоя звезда изгрыва на североизток, то в каква посока ще залезе? (1 т.)
(Б) Защо планетите липсват на звездната карта (1 т.)
(В) Защо за разлика от Земята, Луната няма атмосфера? (1 т.)
(Г) По какво можем да съдим, че лунните морета са се формирали по-късно (т.е. са по-млади) от матриците? (1 т.)
2. При движението на Земята около Слънцето видимите положения на близките до нас звезди се изместват на фона на далечните звезди. Тези измествания се наричат паралактични, измерват се в ъглови единици и въз основа на тях могат да се определят разстоянията до близките звезди. Откъде е по-добре да се правят наблюдения за определяне на разстоянията до звездите по метода на паралаксите - от Земята или от Марс? (4 т.)
3. Оценете приблизително ширината на метеорния поток Персеиди в километри, като знаете, че те се наблюдават от 16 юли до 22 август? (**Упътване:** Приемете, че Земята се движи по кръгова орбита около Слънцето и че пресича роя на Персеидите перпендикулярно на посоката на движението на метеорните частици. Радиусът на земната е 150 млн км) (4 т.)
4. Кога през годината Слънцето достига зенита за наблюдател, намиращ се на земния екватор? (3 т.)
5. Какво увеличение трябва да използваме, така че при наблюдение с телескоп Юпитер (с видим диаметър 40" при наблюдение с невъоръжено око) да има същия видим диаметър, като Луната при наблюдение с невъоръжено око (30')? (5 т.)

• ученици X, XII клас

1. (А) При какви условия полюсът на еклиптиката съвпада с хоризонта на наблюдателя?
(Б) Защо пролетното равноденствие не винаги настъпва точно на 21 март?
(В) Защо в космически кораб, летящ с изключени двигатели, телата се намират в безтегловност?
(Г) Лунният сърп е обърнат с изпъкналата си част надясно и е близо до хоризонта. Към коя част на хоризонта гледате вие:
i) ако се намирате в северното полукълбо;
ii) ако се намирате в южното полукълбо?
2. Слънцето привлича всяка точка от земната повърхност по-силно, отколкото Луната; но при това явлението "приливи и отливи" се предизвиква от действието главно на Луната, а не на Слънцето. Защо? (5 т.)
3. Колко пъти диаметърът на дадена звезда е по-голям от слънчевия, ако нейната светимост е 100 пъти по-голяма от светимостта на Слънцето? Температурите на двете звезди са еднакви. (4 т.)
4. Ако при околосоветско пътешествие в посока запад се губи едно слънчево денонощие, то губи ли се и едно звездно денонощие? (2 т.)
5. Цефеидите са пулсиращи променливи звезди. Съществува добре установена зависимост между периода на изменение на блясъка им и тяхната светимост. Тя се използва за определяне на разстоянията до тези звезди. По "метода на цефеидите" е определено разстоянието до редица спирални галактики. По-късно се изяснило, че прахът, който се намира в междוזвездната среда поглъща част от светлината, идваща към нас. Как ще повлияе това откритие на пресметнатите по-рано диаметри на спиралните галактики? (4 т.)

РЕШЕНИЯ

на задачите от втория кръг на НАЦИОНАЛНАТА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

• ученици VII + IX клас

1. **/10 точки/** (А) В първо приближение деклинацията на звездата не се променя при денонощното въртене на звездното небе. Звездата ще залезе на северозапад. (2 т.)

(Б) Планетите нямат постоянни положения върху звездната карта. Те непрекъснато се движат на фона на звездите и затова не могат да се нанесат на картата. (2 т.)

(В) Във всеки момент разстоянието, което дели Земята от Слънцето, не е много различно от разстоянието, дялящо Луната от Слънцето. Затова по отношение на слънчевото греене условията на Луната и на Земята са почти еднакви. Луната обаче има 81 пъти по-малка маса от Земята. Слабото гравитационно поле на Луната е причина около нея да не може да се задържи атмосфера, за разлика от Земята. (3 т.)

(Г) По повърхността на лунните морета има много по-малко кратери, отколкото по материците. Следователно материците по-дълго време са били подложени на метеоритна бомбардировка. Освен това, те носят следите от много по-ранния период от развитието на Слънчевата система, когато метеоритната бомбардировка е била значително по-интензивна. (3 т.)

2. **/5 точки/** Наблюдения за определяне на паралаксите на звездите е по-добре да се правят от Марс. Марсианската атмосфера е много по-разредена от земната и много по-малко би влияла на разделителната способност на наблюдателните инструменти. (2 т.) Освен това, радиусът на марсианската орбита около Слънцето е по-голям от радиуса на земната орбита. Ето защо годишните паралактични отмествания на звездите, наблюдавани от Марс, биха били по-големи. (3 т.) По тези причини наблюденията от Марс биха дали по-точни резултати.

3. **/8 точки/** Периодът на действие на потока е $T_{\Pi} = 16 + 22 = 38$ денонощия. (1 т.)

Периодът на обикаляне на Земята около Слънцето е $T_{\oplus} = 365,25$ денонощия.

Дължината на земната орбита около Слънцето е $C = 2\pi R_{\oplus}$. (1 т.)

За времето, докато действа метеорният поток Персеиди, Земята ще измине път, приблизително равен на ширината на метеорния поток. Тогава можем да напишем:

$$\frac{T_{\Pi}}{T_{\oplus}} = \frac{D}{C}, \quad (3 \text{ т.})$$

където D е ширината на метеорния поток. Естествено това е вярно само ако Земята влита перпендикулярно на метеорния рой. Тогава:

$$D = \frac{T_{\Pi} \cdot C}{T_{\oplus}} = \frac{2\pi \cdot R_{\oplus} \cdot T_{\Pi}}{T_{\oplus}}. \quad (2 \text{ т.})$$

След заместване с числовите стойности на дадените величини, окончателно получаваме:

$$D = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 10^8 \cdot 38}{365,25} = 9,8 \times 10^7 \text{ km} \quad (1 \text{ т.})$$

4. **/5 точки/** За наблюдател, намиращ се на земния екватор, Слънцето достига зенита по пладне в дните на пролетното и есенното равноденствие. (3 т.) (Съвсем точно това става само когато моментът на местното пладне съвпадне с момента на преминаване на Слънцето през равноденствената точка (2 т.)).

5. **/4 точки/** При наблюдение с телескоп видимият диаметър на Юпитер $d_{\text{Ю}}$ трябва да е равен на видимият диаметър на Луната $d_{\text{Л}}$. Увеличението е:

$$W = d_{\text{Л}} / d_{\text{Ю}} \quad (2 \text{ т.})$$

След заместване с числовите данни:

$$W = 1800'' / 40' = 45 \text{ пъти.} \quad (2 \text{ т.})$$

ДО ТРЕТИЯ КРЪГ СЕ ДОПУСКАТ НАБРАЛИТЕ НАЙ-МАЛКО 24 ТОЧКИ

РЕШЕНИЯ

на задачите от втория кръг на НАЦИОНАЛНАТА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

• **ученици X + XII клас**

1. (А) При условие, че еклиптиката минава през зенита. Това се случва в определени моменти от денонощието за всички точки по земното кълбо, разположени в зоната от приблизително -23° до приблизително $+23^{\circ}$ географска ширина. За всяка такава точка еклиптиката минава през зенита два пъти в денонощието - когато при въртенето на Земята около нейната ос тази точка пресича равнината на еклиптиката. (4 т.)

(Б) Продължителността на тропичната година ($\approx 365^{\text{д}},25$) не съответства на цяло число денонощия. Затова според нашата календарна система на всеки 4 години 3 са обикновени и съдържат по 365 дни, а една е високосна с 366 дни. Ето защо пролетното равноденствие (а също и есенното равноденствие, лятното и зимното слънцестоене) не настъпва на една и съща дата всяка година. Датата, на която настъпва то, зависи от броя години, изминали от последната високосна година. (3 т.)

(В) 1. Ако космическият кораб се движи по инерция, далеч от всякакви масивни космически тела - планети, Слънце, звезди - то на него практически не му действат никакви сили и затова и телата, намиращи се вътре в него, са в безтегловност.

2. Ако корабът се движи с изключени двигатели към центъра на едно космическо тяло, то той се намира в състояние на свободно падане. На телата в него не им действа сила на реакцията на опората и те са в безтегловност.

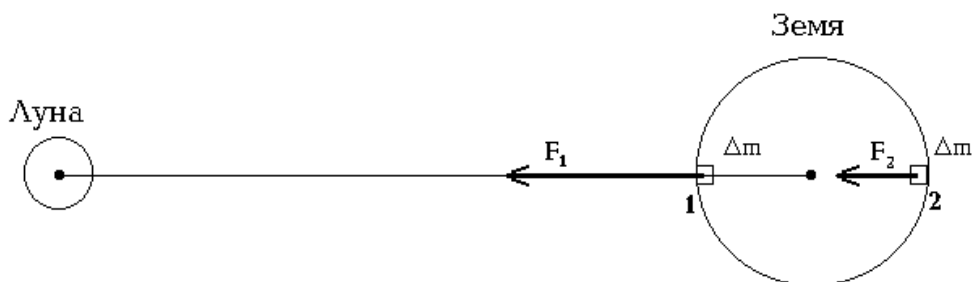
3. Ако корабът се движи с изключени двигатели в орбита около някое космическо тяло, то той също се намира в състояние на свободно падане, при това независимо дали траекторията му представлява затворена или отворена крива. Затова телата в него също са в безтегловност. С други думи, що се отнася до случаите 2 и 3, относно неинерциалната отправна система, неподвижно свързана с кораба, на всяка част от него действат две сили - сила на привличане от космическото тяло и инерчна сила. Резултантната от двете сили е нула и телата в кораба са в безтегловност. **(4 т.)**

(Г) Щом лунният сърп е обърнат с изпъкналата си част надясно и е близо до хоризонта, значи Слънцето е вдясно от Луната.

а) Ако при тази ситуация се намераме в северното полукълбо, Луната е растяща. Ако е ден (Слънцето е над хоризонта), то Луната е в източната част на хоризонта. Ако е нощ, Луната е в западната част на хоризонта. **(2 т.)**

б) В Южното полукълбо е обратното. Там Луната, при обърнат с изпъкналата си част надясно сърп, е намаляваща. Ако е ден, тя е в западната част на хоризонта. Ако е нощ, е в източната част на хоризонта. **(2 т.)**

2. Явлението приливи и отливи възниква вследствие на това, че даденото небесно тяло (Луната, Слънцето) придава различни ускорения на различни части от земното кълбо. Съгласно закона на Нютон за всеобщото привличане, ускорението, което придава тяло с маса M на друго тяло, намиращо се от първото на разстояние r , е $g = \gamma M / r^2$, където γ е гравитационната константа. Следователно приливното действие на небесните тела се определя от разликата на получените ускорения от различни части на земното кълбо. **(2 т.)**



Фиг. 1

В точки 1 и 2, показани на фиг. 1 нека разгледаме две малки части от Земята с маса Δm . Силите на привличане, с които им действа Луната, са:

$$F_1 = \gamma \frac{M_\Lambda \cdot \Delta m}{(a - R_\oplus)^2} ; \quad F_2 = \gamma \frac{M_\Lambda \cdot \Delta m}{(a + R_\oplus)^2} ,$$

където M_Λ е масата на Луната, a - разстоянието от Земята до Луната, и R_\oplus е радиусът на Земята.

Разликата между тези сили, както вече казахме, служи за мярка на приливната сила:

$$\Delta F_\Lambda = \gamma \frac{M_\Lambda \cdot \Delta m}{(a - R_\oplus)^2 (a + R_\oplus)^2} 4aR_\oplus \quad (1 \text{ т.})$$

Тъй-като $R_\oplus \ll a$, то

$$\Delta F_\Lambda \approx \gamma M_\Lambda \cdot \Delta m R_\oplus \cdot \frac{4a}{a^4} = 4\gamma M_\Lambda \cdot \Delta m R_\oplus \cdot \frac{1}{a^3} \quad (1 \text{ т.})$$

С аналогични разсъждения за приливната сила, която се получава от въздействието на Слънцето, намираме:

$$\Delta F_c \approx \gamma M_c \cdot \Delta m R_\oplus \cdot \frac{4A}{A^4} = 4\gamma M_c \cdot \Delta m R_\oplus \cdot \frac{1}{A^3} ,$$

където A е разстоянието между Слънцето и Земята, а M_c е масата на Слънцето. Като сравним двете сили ΔF_Λ и ΔF_c получаваме:

$$\frac{\Delta F_\Lambda}{\Delta F_c} = \frac{M_\Lambda \cdot A^3}{M_c \cdot a^3} \quad (2 \text{ т.})$$

Като заместим в горната формула известните данни, окончателно получаваме:

$$\frac{\Delta F_{\Delta}}{\Delta F_c} \approx 2,7 \quad (1 \text{ т.})$$

т.е. лунната приливна сила е 2,7 пъти по-голяма от слънчевата. Затова приливите и отливите се предизвикват главно от Луната, а не от Слънцето.

3. Съгласно закона на Стефан-Болцман:

$$L_S = 4\pi R_S^2 \sigma T^4 = \pi D_S^2 \sigma T^4 \quad (1 \text{ т.})$$

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = \pi D^2 \sigma T^4 \quad (1 \text{ т.})$$

Тук L_S и D_S са съответно светимостта и диаметърът на Слънцето; L и D – съответно светимостта и диаметърът на звездата, а σ е константата на Стефан-Болцман. Тогава можем да напишем:

$$\frac{L_S}{L} = \frac{D_S^2}{D^2} \quad (2 \text{ т.})$$

или

$$D = D_S \cdot \sqrt{L/L_S} \quad (1 \text{ т.})$$

По условие имаме: $R/R_S = 100$. Като вземем това предвид, окончателно получаваме:

$$D = 10 D_S \quad (1 \text{ т.})$$

4. Слънчевото денонощие е периодът между две последователни едноименни кулминации на Слънцето. Звездното денонощие е периодът между две едноименни кулминации на пролетната равноденствена точка (или, в първо приближение, на някоя звезда, ако не се отчита прецесията). За координатна система, свързана със Земята и участваща в нейното околоосно въртене, слънчевото денонощие е периодът на видимото обикаляне на Слънцето около Земята, а звездното денонощие е периодът на видимото денонощно въртене на звездното небе. Околосветското пътешествие продължава известно време, през което са станали N видими завъртания на Слънцето около Земята от изток на запад, а експедицията е извършила една обиколка около Земята в същата посока. Следователно участниците в експедицията са наблюдавали $N-1$ видими завъртания и им се губи едно слънчево денонощие. По същия начин се стига до извода, че трябва да се губи и едно звездно денонощие. (5 т.)

5. Цефеидите са звезди с висока светимост, които се наблюдават на големи разстояния. Като се изследва периодът на изменение на блясъка на една цефеида и се използва предварително известната зависимост период-светимост, може да се определи светимостта ѝ. От нея може да се пресметне абсолютната ѝ звездна величина и като се сравни с видимата ѝ звездна величина, може да се изчисли разстоянието до цефеидата. (2 т.)

Поглъщането на светлината в междузвездното пространство води до намаляване на видимия блясък на звездата, т.е. до повишаване на видимата ѝ звездна величина. (1 т.) Следователно, ако не се отчита този фактор, разстоянието до звездата ще бъде надценено. (1 т.) Ако цефеидата е в друга галактика, то за разстоянието до тази галактика ще бъде получена стойност, по-голяма от истинската. Тази стойност, заедно с наблюдавания видим ъглов диаметър на галактиката, ще бъде използвана за определяне на нейния линеен диаметър. Така той също ще бъде надценен - истинската му стойност ще е по-малка от получената. (3 т.)

**Задачи за републиканския кръг на
I Национална олимпиадата по астрономия
2 април 1998г., гр. Варна**

• ученици VII + IX клас

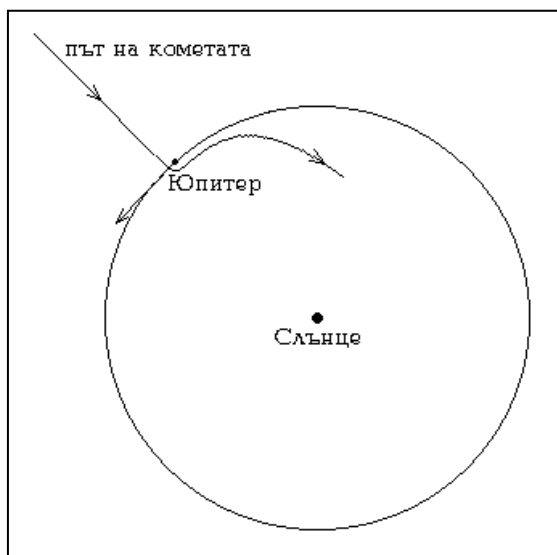
1. Пресметнете височината, азимута и часовия ъгъл на звездата β UMi ($\alpha = 14^{\text{h}}51^{\text{m}}$, $\delta = +74,5^{\circ}$) в момент на горна и долна кулминация за наблюдател, намиращ се на Северния полярен кръг. Залязва ли за наблюдателя тази звезда? Ако звездата е била в горна кулминация в $22^{\text{h}} 13^{\text{m}}$ UT, то в колко часа ще бъде в долна кулминация?
 2. Паралаксът на Ригел е $\pi = 0'',006$. Вероятната грешка, с която той е определен $\Delta\pi = \pm 0'',006$. Какво можете да кажете за разстоянието до звездата?
 3. Блясъкът на новата звезда, избухнала в съзвездие Лебед на 29 август 1975г., се е увеличил от 21^{m} до 2^{m} за $2^{\text{d}} 17^{\text{h}}$.
- А) Пресметнете колко пъти се е увеличила светимостта на звездата при избухването.
Б) Разстоянието до звездата, определено преди избухването, е 1 550 pc. Като знаете, че не е възможно движение със скорост по-голяма от скоростта на светлината, докажете, че повишаването на блясъка на звездата не може да се обясни с бързото ѝ приближаване към нас.

- В) В спектъра на новата звезда водородната линия с дължина на вълната $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ се е отместила към синия край с $\Delta\lambda = 41 \text{ \AA}$. Определете с каква скорост звездата е изхвърлила своята обвивка. (Скоростта на светлината е $c = 300\,000 \text{ km/s}$).
4. На всички тела от земната повърхност действа сила на гравитационно привличане отстрана на Слънцето. През нощта (Слънцето ни е "под краката") тази сила се събира със силата на привличане отстрана на Земята, а денем (Слънцето ни е "над главата") двете сили се изваждат. Следователно през нощта телата са по-тежки, отколкото през деня. Вярно ли е това и защо? (Размерите на Земята се пренебрегват.)
5. Изстрелян е спътник, чиято задача е да следи миграцията на слоновете в Африка. Той обикаля около Земята с период 88 минути. На борда на спътника е монтирана камера, с фокусно разстояние 180 cm и разделителна способност на приемника $10 \mu\text{m}$ ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$). Информацията се предава на Земята посредством геостационарен спътник, чиято орбита е на височина 35 770 km. Ще бъде ли достатъчна разделителната способност на камерата, за да може спътникът да изпълнява поставената му задача? (Радиусът на Земята е 6370 km).

**Задачи за републиканския кръг на
I Национална олимпиадата по астрономия
2 април 1998г., гр. Варна**

• *ученици X + XII клас*

1. Образването на кометното семейство на Юпитер се описва със следната схема: Комета пада от голямо разстояние без начална скорост към Слънцето и прелита недалеч от Юпитер (фиг. 1). Под влияние на гравитационното поле на гигантската планета скоростта на кометата относно Юпитер се променя по посока, но не и по големина. След прекратяване на забележимото въздействие на гравитационното поле на планетата, кометата отново се движи в гравитационното поле на Слънцето, като скоростта ѝ се оказва противоположна по посока на скоростта на Юпитер. Афелият на новата кометна орбита е в близост до орбитата на Юпитер, т.е. на разстояние $R = 5,2 \text{ a.u.}$ от Слънцето. На какво разстояние от Слънцето ще бъде перихелият на орбитата на кометата?
- (**Упътване:** Когато разглеждате движението на кометата в близост до Юпитер пренебрегнете гравитационното въздействие на Слънцето върху нея.)



2. Колко време продължава изгревът на Слънцето на Северния полюс при положение, че рефракцията не се отчита? А ако се отчита? Ъгълът, който сключва еклиптиката с небесния екватор, е $\varepsilon = 23^\circ 27'$, видимият ъглов диаметър на Слънцето е $d_{\odot} = 30'$, земната година е $T_0 = 365,24^d$.

3. Ђгловият размер на елиптична галактика е $d = 6'$, а линията на поглъщане на водорода H_α в спектърa ѝ има дължина на вълната $\lambda = 4866 \text{ \AA}$ и ширина $\sigma = 3 \text{ \AA}$. Оценете масата на галактиката. Лабораторната дължина на вълната за линията H_α е $\lambda = 4861 \text{ \AA}$, константата на Хъбъл е $H_0 = 100 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$, скоростта на светлината - $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, а гравитационната константа- $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$.
4. Нека когато Слънцето е в Скорпион се наблюдава противостояние на Марс. Марс и намиращият се недалеч от него Алдебаран представляват много красива гледка от две близко разположени оранжево-червеникави светила на нощното небе. След колко дни наблюдател, намиращ се на Марс, ще може да се любува на Земята в максимална западна елонгация, и в кое съзвездие ще се вижда тя? Периодът на обикаляне на Марс около Слънцето е $T_M = 686,67 \text{ дни}$, а на Земята- $T_Z = 365,24 \text{ дни}$. Приемете, че орбитата на Марс е кръгова и лежи в равнината на еклиптиката.
5. Хипотетична планета с маса равна на земната, се намира на разстояние 50 а.е. от Слънцето. Направете разумно предположение за химическия състав на планетата. На базата на това предположение определете приблизително плътността ѝ. Оценете нейния диаметър. По-голям, или по-малък е той от земния и колко пъти? Средната плътност на Земята е $\rho_\oplus = 5500 \text{ kg/m}^3$.
6. Да предположим, че химическите елементи желязо и калций имат спектрална линия с една и съща дължина на вълната. Как ще определите кой от тези два елемента присъства в атмосферата на дадена звезда, ако в нейния спектър се наблюдава такава линия?

Решения на задачите за републиканския кръг на националната олимпиада по астрономия

ученици VII + IX клас

1. Като знаем наклона на еклиптиката спрямо небесния екватор $\varepsilon = 23^{\circ}27'$, можем да определим географската ширина на Северния полярен кръг: $\varphi = 90^{\circ} - \varepsilon = 66^{\circ}33'$. **(1 т.)**

На северната полярна окръжност височината над хоризонта на пресечната точка на небесния екватор с меридиана на мястото е:

$$h_e = 90^{\circ} - \varphi = \varepsilon \quad \text{(1 т.)}$$

Тогава ъгловото отстояние на звездата от точката Юг на хоризонта в горна кулминация е:

$$\Delta_S = h_e + \delta = 23^{\circ}27' + 74^{\circ}30' = 97^{\circ}57'$$

Следователно в горна кулминация звездата е на север от зенита.

Височината ѝ над хоризонта е:

$$h' = 90^{\circ} - (\Delta_S - 90^{\circ}) = 90^{\circ} - 7^{\circ}57' = 82^{\circ}03'; \quad \text{(1 т.)}$$

(или $h' = 180^{\circ} - \Delta_S = 180^{\circ} - 97^{\circ}57' = 82^{\circ}03'$). Ъгловото отстояние на звездата от северния небесен полюс е:

$$\Delta_N = 90^{\circ} - \delta = 90^{\circ} - 74^{\circ}30' = 15^{\circ}30'. \quad \text{(1 т.)}$$

Следователно в долна кулминация височината на звездата над хоризонта ще бъде:

$$h'' = h' - 2\Delta_N = 82^{\circ}03' - 31^{\circ} = 51^{\circ}03'. \quad \text{(1 т.)}$$

Азимутът на звездата ще бъде 180° както в горна, така и в долна кулминация. Часовият ъгъл на звездата ще бъде 0^h в горна кулминация и 12^h в долна кулминация. **(3 т.)**

Ако звездата е била в горна кулминация в 22^h13^m UT, то тя ще бъде в долна кулминация след половин звездно денонощие. Тъй като звездното денонощие има продължителност приблизително 23^h56^m , то долната кулминация ще се случи след 11^h58^m или в 10^h11^m UT на следващата дата. **(3 т.)**

2. Разстоянието (в pc) до звездата, което съответства на стойността на измерения и паралакс е:

$$r = 1/\pi'' \approx 166,7 \text{ pc} \quad \text{(2 т.)}$$

Ако отчетем грешката при измерването на паралакса на тази звезда, то истинската му стойност ще лежи в интервала $[\pi_1, \pi_2]$, където

$$\pi_1 = \pi - \Delta\pi = 0$$

$$\pi_2 = \pi + \Delta\pi = 0'',012 \quad \text{(1 т.)}$$

Ако пресметнем разстоянието до звездата Ригел с помощта на тези гранични стойности за нейния паралакс, ще получим:

$$r_1 = 1/\pi_1 \rightarrow \infty$$

$$r_2 = 1/\pi_2 = 1/0'',012 \approx 83,3 \text{ pc}. \quad \text{(1 т.)}$$

Тогава със сигурност можем да твърдим, че звездата Ригел се намира на разстояние **не по-малко** от 83,3 pc от нас. **(3 т.)**

3. А) Преди избухването звездата е създавала на Земята осветеност E_0 (съответстваща на началната звездна величина $m_0=21$), а в момента, когато видимата и звездна величина е станала $m_1=2$ — осветеност E_1 . По формулата на Погсон:

$$\frac{E_1}{E_0} = (2,512)^{m_0 - m_1}$$

$$E_1/E_0 = L_1/L_0,$$

където L_0 е светимостта на звездата преди избухването, а L_1 - светимостта при достигане на видима звездна величина m_1 .

$$L_1/L_0 = (2,512)^{m_0 - m_1} = 4 \times 10^7 \text{ пъти} \quad \text{(2 т.)}$$

Б) Предполагаме, че свеимостта на звездата остава постоянна, а блясъкът ѝ се увеличава поради това, че звездата се движи към нас със скорост v . В момента, когато звездната и величина е била m_0 , тя се е намирала на разстояние $r_0 = 1550$ pc, а когато се е приближила на разстояние r_1 звездната и величина е станала m_1 . В първия момент звездата е създавала на Земята осветеност E_0 , а във втория - E_1 . Според закона на Ламберт:

$$\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \quad \text{(2 т.)}$$

Използвайки формулата на Погсон, получаваме:

$$\frac{r_0^2}{r_1^2} = (2,512)^{m_0 - m_1} \quad \text{или} \quad r_1 = r_0 (2,512)^{-\frac{m_0 - m_1}{2}} \quad \text{(1 т.)}$$

Изминатото от звездата разстояние за време $t=2^d 17^h$ ще бъде

$$\Delta r = r_0 - r_1 = r_0 \left(1 - (2,512)^{-\frac{m_0 - m_1}{2}} \right)$$

а скоростта на движение е;

$$v = \frac{\Delta r}{t} = \frac{r_0}{t} \left(1 - (2,512)^{-\frac{m_0 - m_1}{2}} \right) = 3,2 \cdot 10^7 \text{ m/s} \quad (2 \text{ т.})$$

Получената скорост е около 100 пъти по-голяма от скоростта на светлината $c = 300\,000 \text{ km/s}$ и следователно повишаването на блясъка на звездата не може да се обясни с приближаването и към нас, тъй като не може да се движи със скорост по-голяма от скоростта на светлината. (2 т.)

В) Съгласно ефекта на Доплер $\Delta\lambda/\lambda = w/c$, където w е скоростта, с която звездата изхвърля обвивката си при взрива. Тогава

$$w = c \Delta\lambda/\lambda \approx 2530 \text{ km/s.} \quad (3 \text{ т.})$$

4. Гравитационната сила на привличане на Слънцето действа не само на предметите, които се намират върху Земята, но и на самата Земя. Тя придава както на телата върху Земята, така и на нашата планета еднакви ускорения. Движейки се около Слънцето, Земята и предметите, намиращи се на повърхността ѝ, са в състояние на свободно падане по отношение на Слънцето. Следователно силата на тежестта, която действа върху телата на земната повърхност, се определя единствено от земното притегляне, ако не отчитаме приливните ефекти и инерчните сили, пренебрегвайки размерите на Земята. Ето защо твърдението, че телата са по-тежки през нощта, отколкото през деня, не е вярно. (7 т.)

5. За да определим размерите на обекти по земната повърхност, които могат да бъдат различавани с камерата, трябва да изчислим височината, на която лети спътникът. Използваме третия закон на Кеплер:

$$\left(\frac{T_1}{T_{gs}} \right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_{gs}} \right)^3$$

или

$$R_1 = R_{gs} \left(\frac{T_1}{T_{gs}} \right)^{2/3} = 6550 \text{ km} \quad (2 \text{ т.})$$

където $T_1 = 88 \text{ km}$ е периодът на спътника, T_{gs} - периодът на геостационарния спътник, R_1 - радиус на орбитата на спътника с камерата, R_{gs} - радиус на орбитата на геостационарния спътник:

$$R_{gs} = R_s + H_{gs} = 6370 + 35770 = 42140 \text{ km.} \quad (1 \text{ т.})$$

Периодът на геостационарния спътник е равен на периода на едно завъртане на Земята около оста ѝ, т.е. на едно звездно денонощие: $T_{gs} = 23^h 56^m = 1436^m$ (2 т.)

$$R_1 = R_s + H,$$

където H е височината на спътника над земната повърхност.

$$H = R_1 - R_s = 6550 - 6370 = 180 \text{ km} \quad (1 \text{ т.})$$

Нека h е разстоянието от обектива на камерата, на което се получава образът на фотографирувания обект, l - разделителната способност на фотоемулсията, L - размерът на обект с изображение равно на разделителната способност на камерата, f - фокусното разстояние на камерата. Обективът O създава изображение на обекта L върху приемника (виж фигурата).

1. Слънцето има маса около 1 000 пъти по-голяма от тази на Юпитер, така че размерите на областите, където гравитационното поле на Юпитер е сравнимо с това на Слънцето, са около 10^6 пъти по-малки от радиуса на планетната орбита. Заедно с това, времето на взаимодействие на кометата с Юпитер е несравнимо по-малко от периода на обиколка на Юпитер и кометата около Слънцето, и следователно преместването на кометата за това време е нищожно. Затова можем да разбием движението на кометата на три независими етапа:

а) Движение на кометата от безкрайността по посока към Слънчевата система под действието на гравитационното поле на Слънцето;

б) "Мигновеното" завъртане в гравитационното поле на Юпитер;

в) Движение по елиптична орбита около Слънцето (като не се отчита влиянието на Юпитер).

Центростремителното ускорение, с което Юпитер се движи по своята орбита около Слънцето, трябва да е равно на ускорението, създавано от силата на привличане на Слънцето:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2}$$

където M е масата на Слънцето, а v е скоростта на Юпитер. От това условие получаваме:

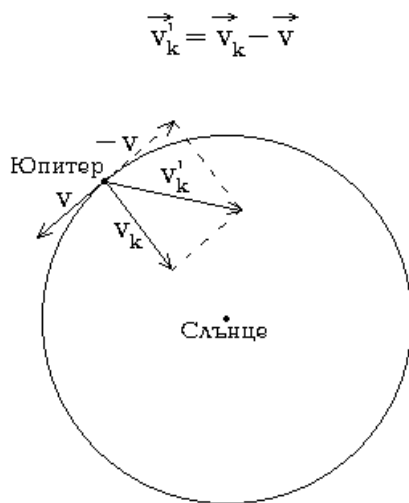
$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \quad (2 \text{ т.})$$

Скоростта на кометата v_k при доближаване до Юпитер в края на първия етап от движението ѝ се определя от закона за запазване на енергията (в безкрайно отдалечената точка, тази скорост се полага за равна на нула):

$$\frac{v_k^2}{2} - \frac{GM}{R} = 0, \quad v_k = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = v\sqrt{2}. \quad (3 \text{ т.})$$

Посоките на скоростта на кометата и на Юпитер в началния момент от време са перпендикулярни. От векторната диаграма на фигурата, като приложим питагоровата теорема, получаваме за относителната скорост на кометата спрямо Юпитер:

$$v'_k = v\sqrt{3} \quad (3 \text{ т.})$$



След като гравитационното поле на Юпитер престане да действа на кометата (в началото на третия етап), скоростта на кометата относно Юпитер се изменя само по посока, но спрямо Слънцето тя остава равна на:

$$v_1 = v(\sqrt{3} - 1)$$

и е противоположна по посока на скоростта на Юпитер. Вижда се, че тази скорост е по-малка от скоростта, с която Юпитер се движи по орбитата си ($v_1 = 0.73 v$). Следователно орбитата на кометата ще бъде елиптична с перихелий, значително по-близък до Слънцето. (3 т.)

Сега кометата отново взаимодейства само със Слънцето. В афелия и перихелия скоростта на кометата става перпендикулярна на радиус-вектора с начало в Слънцето, и от закона за запазване на момента на импулса следва:

$$v_1 R = v_2 x \quad (2 \text{ т.})$$

а законът за запазване на енергията дава:

$$\frac{v_1^2}{2} - \frac{GM}{R} = \frac{v_2^2}{2} - \frac{GM}{x}. \quad (2 \text{ т.})$$

Като решим системата от последните две уравнения, за x получаваме квадратно уравнение с два корена (1 т.).

Първият от тях е

$$x_1 = R = 5,2 \text{ а.у.},$$

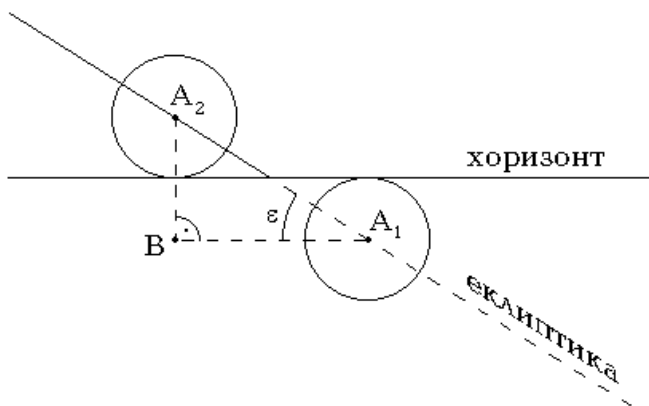
който се явява разстоянието в афелия, и за който двете уравнения се обръщат в тъждества. Вторият корен е:

$$x_2 = R \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = 0,37R = 1,9 \text{ а.у.}$$

и представлява търсеното разстояние в перихелия. (2 т.)

2. За разлика от местата с по-малки географски ширини, където Слънцето изгрява и залязва поради денонощното въртене на Земята около нейната ос, на полюса изгревът на Слънцето става поради видимото годишно движение на Слънцето по еклиптиката, което се дължи на обикалянето на Земята около Слънцето. (2 т.)

I случай: Рефракцията не се отчита.



A_1, A_2 – положения на центъра на слънчевия диск съответно в началото и в края на изгрева. (1 т.)

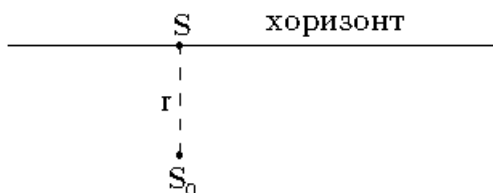
Тъй като за наблюдател на полюса небесният екватор съвпада с хоризонта, ъгълът между еклиптиката и хоризонта е ϵ . (1 т.)

$$\begin{aligned} \text{В } \Delta A_1 A_2 B: BA_2 &= d_{\odot}; \\ A_1 A_2 &= BA_2 / \sin \epsilon = d_{\odot} / \sin \epsilon. \end{aligned} \quad (1 \text{ т.})$$

При движението си по еклиптиката Слънцето ще измине разстоянието $A_1 A_2$ за време t . Ако T_{\odot} е периодът, за който то прави пълна обиколка по еклиптиката, равен на една година, то:

$$\begin{aligned} t / T_{\odot} &= A_1 A_2 / 360^{\circ} \\ t &= A_1 A_2 \cdot T_{\odot} / 360^{\circ} \quad (1 \text{ т.}) \\ t &= d_{\odot} \cdot T_{\odot} / 360^{\circ} \cdot \sin \epsilon \approx 30^{\text{h}} 26^{\text{m}} \quad (1 \text{ т.}) \end{aligned}$$

II случай: Рефракцията се отчита.



Нека S_0 е истинското положение на една точка от небесната сфера, а S е видимото ѝ положение в момента, в който се наблюдава нейният изгрев на хоризонта. Видимото положение S на точката е отместено на ъглово разстояние γ над точката S_0 , като γ е ъгълът на максимална рефракция. Вследствие на рефракцията изгревът на дадената точка от небесната сфера се наблюдава с интервал от време Δt порано, отколкото би се наблюдавал при липса на рефракция. Това избързване ще е едно и също за всяка точка от слънчевия диск. Следователно, макар че поради рефракцията моментите на изгрев на всички точки от слънчевия диск ще бъдат отместени напред във времето, общата продължителност на изгрева няма да се промени. (6 т.)

3. Съгласно ефекта на Доплер лъчевата скорост на галактиката е $V = c \cdot \Delta\lambda / \lambda_0$ (2 т.). Ако приемем, че тази скорост е изцяло свързана с космологичното разширение на Вселената, по закона на Хъбъл ($v = H_0 D$) можем да определим разстоянието до галактиката:

$$D = \frac{V}{H_0} = \frac{c \cdot \Delta\lambda}{H_0 \lambda_0}, \quad (2 \text{ т.})$$

където c е скоростта на светлината, H_0 - константата на Хъбъл. Ако изразим ъгловия размер на галактиката в радиани ($d = 6' / 3438' = 1,75 \times 10^{-3} \text{ rad}$), то нейният линейен радиус ще бъде:

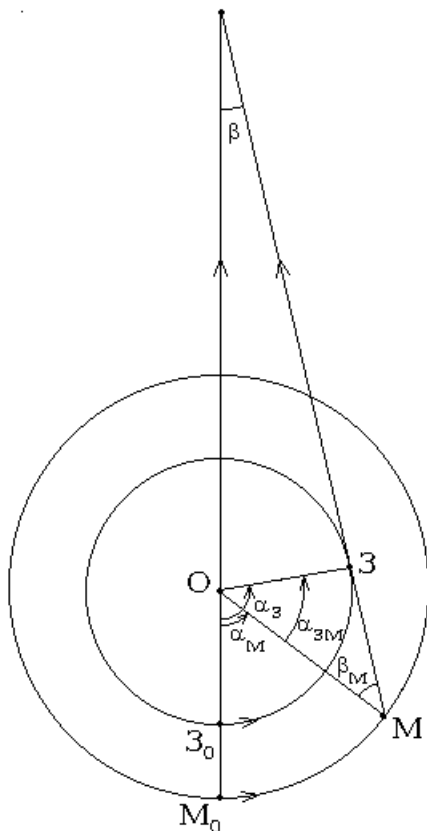
$$R = \frac{dD}{2} = \frac{d \cdot \Delta\lambda \cdot c}{2 \lambda_0 H_0} \quad (2 \text{ т.})$$

Скоростта на движение на звездите в галактиката също ще определим по ефекта на Доплер: разширението на спектралните линии в галактиките е свързано с факта, че част от звездите се приближават към нас, а друга част се отдалечават от нас. Поради тази причина характерната скорост на звездите е $v = c \cdot \sigma / 2\lambda_0$ (4 т.). Това не е нищо друго, освен скоростта на движение на звездите около галактичния център, която от своя страна, е много близка до скоростта на въртене на звездите по кръгова орбита около галактичния център (поради това, че разстоянието от звездите в галактиката до нейния център са много големи) От равенството на центростремителното ускорение на ускорението, създавано от силата на тежестта: $V^2 \approx GM / R$, където M е масата на галактиката (3 т.). Тогава окончателно

$$M = \frac{V^2 R}{G} = \frac{d \cdot \Delta\lambda \cdot \sigma^2 \cdot c^3}{8 \lambda_0^3 H_0 G} \approx 10^{40} \text{ kg}$$

или 5×10^9 слънчеви маси. (1 т.)

4. Земята, като вътрешна за Марс планета, се движи по-бързо по орбитата си и след време t_e ще застане, гледана от Марс, в западна елонгация (т. 3 на фигурата). (2 т.)



Триъгълникът OZM е правоъгълен с прав ъгъл в т.З. Известна е страната $OZ = R_3 = 1$ а.у. Страната $OM = R_M$ можем да определим от третия закон на Кеплер, написан за Марс и Земята

$$OM = R_M = (R_3^3 T_M^2 / T_3^2)^{1/3} = 1,52 \text{ а.у.}$$

$$\cos \alpha_{ZM} = OZ / OM = R_3 / R_M = 1/1.52 = 0.66 \quad (2 \text{ т.})$$

Следователно:

$$\alpha_{3M} \approx 48^\circ.7 = 0.85 \text{ rad.}$$

$$\alpha_{3M} = \alpha_3 - \alpha_M \quad (1 \text{ т.})$$

Обаче $\alpha_3 = \omega_3 t_e$ и $\alpha_M = \omega_M t_e$, където ω_3 е ъгловата скорост на Земята, а ω_M е ъгловата скорост на Марс.

$$\omega_3 = 2\pi / T_3; \quad \omega_M = 2\pi / T_M.$$

Оттук получаваме:

$$\alpha_{3M} = (\omega_3 - \omega_M) t_e = 2\pi \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_M} \right) \cdot t_e \quad (2 \text{ т.})$$

откъдето окончателно

$$t_e = \frac{\alpha_{3M}}{2\pi \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_M} \right)} \approx 106^d \quad (1 \text{ т.})$$

Продължението на страната M3 ни дава посоката, в която ще се вижда Земята от Марс. Удобно е да определим ъгъла между посоките Z_0O (респективно M_0O) и M3 (1 т.). За целта разглеждаме ΔOAM и търсим ъгъл β .

$$\begin{aligned} \beta &= 180 - (180 - \alpha_M) - \beta_M = \alpha_M - \beta_M \\ \alpha_M &= \omega_M t_e = 2\pi t_e / T_M = 0,97 \text{ rad} = 55,6^\circ \approx 56^\circ \\ \beta_M &= 180^\circ - 90^\circ - \alpha_{3M} = 90^\circ - 48,7^\circ = 41,3^\circ \approx 41^\circ \\ \beta &= \alpha_M - \beta_M = 56^\circ - 41^\circ = 15^\circ \quad (2 \text{ т.}) \end{aligned}$$

Следователно Земята ще се вижда 15° на изток от посоката, в която се е виждало Слънцето по време на противостоянието на Марс (1 т.).

Тогава Слънцето е било в Скорпион и от звездната карта се вижда, че независимо къде точно в това съзвездие се е намирало то, Земята, когато е в максимална западна елонгация, ще се вижда в съзвездието Змиеносец. (2 т.)

5. Разумно е да се предположи, че планета, намираща се на 50 а.е. от Слънцето, ще бъде съставена предимно от лед (2 т.). Плътността на леда е 1000 kg/m^3 . В състава на планетата неминуемо ще фигурират и по-тежки елементи. Гравитацията също ще оказва влияние, като уплътнява леда. Може да се предположи, че плътността на хипотетичната планета е $\rho_p = 1500 \text{ kg/m}^3$ (3 т.) Плътността на Земята е $\rho_\oplus = 5500 \text{ kg/m}^3$. Плътността на едно тяло е отношението на масата към обема му. Тъй като масите на двете тела са равни по условие, можем да запишем:

$$\rho_\oplus V_\oplus = \rho_p V_p \quad (2 \text{ т.})$$

Обемите на планетите са пропорционални на третата степен от техните диаметри d . Следователно:

$$d_p = \left(\frac{\rho_\oplus}{\rho_p} \right)^{1/3} d_\oplus = 1,54 d_\oplus$$

И така, въображаемата планета ще има диаметър около 1.5 пъти по-голям от този на Земята. (2 т.)

6. Всеки атом или йон на даден химичен елемент притежава множество характерни спектрални линии. Ако някоя от тях съвпадне с линии на други химични елементи (а това се случва много често), то е достатъчно да се потърсят останалите спектрални линии на тези химични елементи. От направения анализ може да се прецени кой от тях и в каква степен присъства в атмосферата на звездата. (5 т.)

ЗАДАЧИ за задочната школа по **АСТРОНОМИЯ** I кръг

Право на индивидуално участие в задочната школа имат всички ученици в посочените класове (курсове). Всеки участник трябва да изпрати решенията на задачите от настоящия първи кръг на адрес:

Народна астрономическа обсерватория и планетариум "Николай Коперник"
п.к. 120, гр. Варна 9000

Крайният срок на изпращането е 15 януари 1998 г. (дата на пощенското клеймо от мястото на изпращане). Решенията на задачите да са написани четливо и поставени общо в един плик заедно с празен плик, на който е залепена марка и написан адресът на автора на решенията.

Пожелаваме ви успех!

VII + IX клас (I курс в техникумите)

1. Защо понякога е по-добре да се използва малък телескоп на околоземна орбита, отколкото голям телескоп на земната повърхност?
2. От коя точка по Земята трябва да тръгнем, така, че след като изминем 100 km на юг, след това 100 km на изток, и 100 km на север, да се окажем в изходната точка?
3. Върху обектива на телескоп каца муха. Как ще се промени видът на слънчевата повърхност, наблюдавана през този телескоп?
4. На кои тела в Слънчевата система е открита вулканична дейност?
5. Може ли да се наблюдава слънчево затъмнение на северния полюс?

X + XII клас (II + IV курс в техникумите)

1. В кой от случаите видимият диаметър на Луната е по-голям: когато тя се наблюдава в зенита или в близост до хоризонта? Защо?
2. Насочваме телескоп с екваториална монтировка към звездата Минтака от съзвездието Орион с координати $\alpha=5^{\text{h}}32^{\text{m}}$, $\delta=0^{\circ}$. Местното звездно време е $t_s=12^{\text{h}}19^{\text{m}}$. Какви стойности трябва да имат показанията на скалите на деклинационния и на часовия кръг на екваториалната монтировка? Ако водещото устройство на телескопа е изключено, за колко време тази звезда ще пресече зрителното поле на телескопа, което има диаметър 45'?
3. Разстоянието до Сириус (2,7 pc) намалява с 8 km всяка секунда. След колко години видимият блясък на Сириус ще се увеличи 2 пъти?
4. Двигателят на ракета развива тяга, точно равна на теглото на ракетата. Може ли да се изстреля такава ракета в космоса?
5. Намерете разстоянието r между компонентите на двойна звезда с маси m_1 и m_2 , ако $m_1 + m_2 = M_0 / 3$, където M_0 е масата на Слънцето. Двете компоненти на звездата се въртят по кръгови орбити около центъра на масите на системата с период $T = T_0 / 3$, където T_0 е периодът на въртене на Земята около Слънцето. Радиусът на земната орбита е $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$ km.

РЕШЕНИЯ

на задачите от I кръг на задочната школа по астрономия младша възраст

1. С телескоп в околоземна орбита могат да се правят наблюдения в области от спектъра, които се поглъщат от земната атмосфера – в инфрачервени, ултравиолетови, рентгенови и гама лъчи **(1т.)**. Освен това, дребномащабните хаотични движения (конвекция) на въздушни маси с нееднородна плътност в атмосферата водят до изкривяване на светлинните лъчи и значително намаляване на разделителната способност на наземните телескопи **(1т.)**. Също така, тъй като в космоса няма нощ, наблюдателното време на орбиталния телескоп, отнесено към едно денонощие, е по-дълго, отколкото за наземния телескоп **(1т.)**.
2. Първото очевидно решение е Северният полюс **(2т.)**. То, обаче, не е единствено. Около Южния полюс съществува паралел с дължина 100 km. Нека изберем за начало на нашето пътешествие точка, намираща се на 100 km северно от този паралел. Тогава, като тръгнем от нея на юг и изминем 100 km, ще стигнем до въпросния паралел. После тръгваме по него на изток и правим пълна 100-километрова обиколка, при което се връщаме в същата точка от този паралел. От нея тръгваме на север и след 100 km сме пак в началната точка. Следователно, решение на задачата е и всяка точка, намираща се на 100 km на север от паралела с дължина 100 km около Южния полюс **(4т.)**.
3. Изображение на мухата, естествено, няма да се вижда **(1т.)**. Единствената промяна ще бъде много леко, практически незабележимо намаление на яркостта на изображението на слънчевата повърхност **(2т.)**.
4. На първо място, разбира се, е Земята **(1т.)**. Вулкани, действащи в наше време, са наблюдавани на спътника на Юпитер Йо **(1т.)**. На спътника на Нептун Тритон са открити своеобразни ледени вулкани, от които се изхвърлят втечени газове. Последните данни от радиолокационни наблюдения,

проведени от автоматичната станция "Магелан", дават основание да се смята, че на Венера има следи от активна вулканична дейност, продължаваща вероятно и сега (1т.).

5. Може (1т.). Поради това, че равнината на лунната орбита е наклонена на около 5° към еклиптиката, при различни случаи на новолуние Луната може да се намира на различни разстояния от правата линия, свързваща Земята със Слънцето (2т.). Така лунната сянка може да попада както извън Земята (и тогава няма слънчево затъмнение), така и на всякаква географска ширина по земната повърхност (при слънчево затъмнение) (2т.).

РЕШЕНИЯ

на задачите от I кръг на задочната школа по АСТРОНОМИЯ

1. В близост до зенита, тъй като в този случай наблюдателя се намира по-близо до Луната, отколкото, ако тя се намираще ниско над хоризонта с около един земен радиус (2т.).
2. На деклинационния кръг на телескопа трябва да поставим 0° (1т.), а за часов ъгъл трябва да зададем стойността $t_s - \alpha = 12^h 19^m - 5^h 32^m = 6^h 47^m$, т.е. 6^h47^m на запад от нулевия меридиан. (2т.) Когато се изключи водещото устройство на телескопа, звездата ще премине зрителното поле на телескопа през неговия център за време

$$\tau = (24^h \times 45') / 360^\circ \approx 3^m 02^s. \quad (2т.)$$

3. Ще изведем отначало обща формула. Нека R е разстоянието до звездата, v- скоростта по посока на зрителния лъч към наблюдателя, n- числото, показващо колко пъти се увеличава блясъка на звездата. Като отчетем, че осветеността, създадена от даден обект зависи обратно пропорционално на разстоянието до него, можем да напишем:

$$n = \left(\frac{R}{R - vt} \right)^2 \quad (2т.)$$

където t е времето, за което осветеността се изменя n пъти. От тук получаваме:

$$t = \frac{R}{v} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{1}{n}} \right\} \quad (2т.)$$

Ако R се изрази в километри и v- в километри за година, то времето t ще се получи в години. Като заместим с числените стойности на величините, ще получим:

$$t = 97\,000 \text{ години.} \quad (1т.)$$

4. От условието на задачата става ясно, че началното или текущото тегло на ракетата е равно на тягата, развивана от нейния двигател. Затова ще разгледаме и двата варианта. Ведната след започване на работа на двигателя, масата на ракетата, а заедно с това и нейното тегло, започват да намаляват за сметка на изгорялото гориво. Затова тягата на двигателите ще започне отначало съвсем малко, а след време все повече и повече да превишава теглото на ракетата, и в крайна сметка полетът ще се осъществи. (2т.) Във втория случай се предполага, че тягата и теглото на ракетата са постоянно равни. Но и тук е възможен полет, ако ракетата се изстреля хоризонтално, докато не достигне първа космическа скорост. (2т.)

5. За двойна звезда третият закон на Кеплер се записва във вида:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma(m_1 + m_2)}{4\pi^2}, \quad (2т.)$$

а за системата Слънце-Земя във вида:

$$\frac{R_0^3}{T_0^2} = \frac{\gamma M_0}{4\pi^2}, \quad (2т.)$$

където сме пренебрегнали масата на Земята, която е много по-малка от масата на Слънцето M_0 . От горните две формули и от данните от условието на задачата определяме:

$$r = \sqrt[3]{\gamma T^2 (m_1 + m_2) / 4\pi^2} = \sqrt[3]{\gamma T_0^2 M_0 / 4\pi^2} \cdot \sqrt[3]{1/27} = R_0 / 3 = 5.1 \cdot 10^7 \text{ km.} \quad (1т.)$$

ЗАДАЧИ ЗА I КРЪГ НА II НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ 1998/1999 Г.

Ученици от 14 до 16-годишна възраст (родени след 31 октомври 1983 г.):

1. Ще бъдат ли равни ъглите, на които се отместват за единица време различните звезди при видимото си денонощно въртене, за наблюдател, намиращ се в центъра на небесната сфера? Защо?

2. Халеевата комета обикаля около Слънцето с период 76 години. Коя е най-далечната планета от Слънчевата система, отвъд чиято орбита кометата достига при преминаване през афелия? Перихелийното разстояние на кометната орбита да се счита за пренебрежимо малко. Необходимите данни за планетите намерете в справочна литература.
3. Известно е, че слънчевите петна са били познати на древните китайци, които не са разполагали с телескопи. Някои особено големи петна могат да се видят с невъоръжено око, когато Слънцето е много ниско на хоризонта и не е ярко. Какъв най-малък линейен диаметър трябва да има едно петно, за да може да се различи с невъоръжено око, ако разделителната способност на окото е 1 дъгова минута? Колко пъти този диаметър е по-голям от диаметъра на Земята? Необходимите данни намерете в справочна литература.
4. С рекламна цел мощна фирма, произвеждаща хладилници, покрива повърхността на Слънцето с 14-метров слой лед. За колко време Слънцето ще успее да го разтопи? Радиусът на Слънцето е 700 000 км, а светимостта му е $3.8 \times 10^{26} \text{ W}$. Другите необходими величини намерете от справочници по физика. (Площта на сфера с радиус R е $S = 4\pi R^2$.)
5. По какъв начин се изменят видимите ъгли разстояния между звездите, намиращи се близо до апекса и до антиапекса на движение на Слънчевата система?
6. Кога и къде най-рано на Земята ще настъпи новото хилядолетие? Защо?

Ученици от 16 до 18-годишна възраст (родени след 31 октомври 1981 г.):

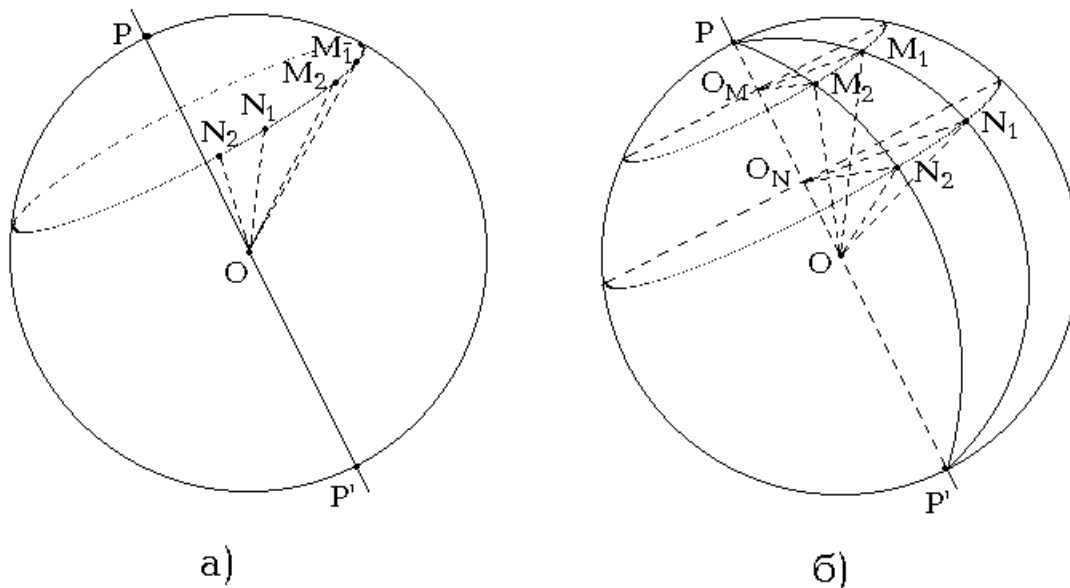
1. С колко процента ще се промени теглото на едно тяло, ако то се премести от полюса на екватора на Земята? Формата на Земята се приема за кълбовидна. Необходимите данни намерете в справочната литература.
2. В резултат на излъчването на Слънцето неговата маса постепенно намалява. Обяснете как влияе това на разстоянието на планетите до Слънцето, ако се пренебрегне съпротивлението на междупланетната среда.
3. Марсианците внимателно наблюдават Земята, която на тяхното небе в различни периоди от време се вижда като Зорница или Вечерница. Какво е за тях максималното ъглово разстояние, на което Земята се отдалечава от Слънцето? Орбитите на Земята и на Марс около Слънцето приемаме за кръгови. Необходимите данни намерете в справочната литература.
4. Определете разположението на полярните и тропични окръжности върху лунната повърхност, ако оста на въртене на Луната е наклонена спрямо равнината на еклиптиката на ъгъл 88.5° .
5. Училищен телескоп има обектив с диаметър 10 см и фокусно разстояние 1 м. При наблюдение с него един окуляр дава увеличение 200 пъти. Какво увеличение ще се получи, ако същият окуляр се използва с най-големия телескоп рефрактор в света, който се намира в Йеркската обсерватория в САЩ и има диаметър на обектива 102 см и фокусно разстояние 19.36 м? Пръстенът, който ограничава зрителното поле на окуляра, е с диаметър 3 мм. Какъв ще бъде ъгловият диаметър на зрителното поле в двата случая?
6. Звезда лети към центъра на Галактиката, където страховитата черна дупка е готова да я погълне. Звездата се свива от ужас, като радиусът ѝ намалява с 2%, а температурата ѝ се увеличава с 2%. С колко ще се промени абсолютната звездна величина на звездата?
7. Къде и кога най-рано на Земята ще настъпи новото хилядолетие? Защо?

РЕШЕНИЯ
НА ЗАДАЧИТЕ ОТ ПЪРВИЯ КРЪГ
НА II НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Ученици от VII - IX клас:

1. (6 точки) Нека небесните светила M и N лежат върху един и същ денонощен паралел, т.е. имат еднаква деклинация (Фиг.1а). В някакъв начален момент те се наблюдават на небето в положения M_1 и N_1 . След известно време поради видимото денонощно въртене на небесната сфера от изток на запад, положенията на светилата са M_2 и N_2 . Ъглите, на които те са се изместили за наблюдателя O са $\angle M_1OM_2$ и $\angle N_1ON_2$ и те са равни (**2 т.**). Ако небесните светила M и N лежат върху един и същ деклинационен кръг, т.е. имат различна деклинация, но една и съща ректасцензия (Фиг. 1б), то ъглите $\angle M_1OM_2$ и $\angle N_1ON_2$, на които те биха се изместили за определен интервал от време, няма да са равни. С по-голям ъгъл се

измества светилото, което е по-близо до екватора, т.е. светилото с по-малка деклинация **(4 т.)**. Очевидно това важи и за общия случай, когато светилата имат различни ректасцензии.



Фиг. 1

2. (8 точки) Според третия закон на Кеплер:

$$a_k^3/T_k^2 = a_\oplus^3/T_\oplus^2, \quad (2 \text{ т.})$$

където a_k и a_\oplus са големите полуоси на орбитите на кометата и на Земята, а T_k и T_\oplus са периодите им на обикаляне около Слънцето. Оттук получаваме:

$$a_k = a_\oplus (T_k/T_\oplus)^{2/3}. \quad (1 \text{ т.})$$

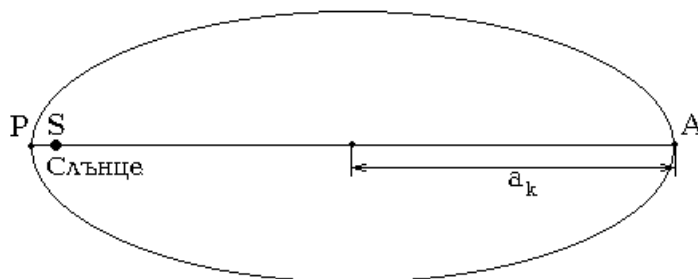
Тъй като перихелийното разстояние на кометата PS е много малко (Фиг.2), можем да считаме, че афелийното ѝ разстояние е:

$$AS \approx 2a_k. \quad (2 \text{ т.})$$

Понеже $T_k = 76$ год., $T_\oplus = 1$ год., $a_\oplus = 1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km}$ **(1 т.)**, то:

$$AS \approx 35.8 \text{ AU} = 5.37 \times 10^9 \text{ km}. \quad (1 \text{ т.})$$

Като сравним това разстояние с разстоянията на планетите до Слънцето, виждаме, че най-далечната планета, отвъд чиято орбита достига Халеевата комета, е Нептун **(1 т.)**.



Фиг. 2

3. (6 точки) Слънцето е на разстояние от Земята $r = 150 \times 10^6 \text{ km}$ **(1 т.)**. За да се вижда под ъгъл $\alpha = 1'$ от такова разстояние, петното трябва да има диаметър:

$$d = r \alpha, \quad (2 \text{ т.})$$

където d и r са в километри, а α е в радиани. Следователно:

$$d = 150 \times 10^6 \times 3.14 / (180 \times 60) \approx 43 \text{ 600 km}. \quad (1 \text{ т.})$$

Диаметърът на Земята е $D_\oplus \approx 12 \text{ 700 km}$ **(1 т.)** и това означава, че

$$d \approx 3.4 D_{\odot} \quad (1 \text{ т.})$$

4. (8 точки) Площта на повърхността на Слънцето е $S = 4\pi R_{\odot}^2$, където R_{\odot} е радиусът на Слънцето. Тъй като дебелината на слоя лед $d = 14 \text{ m}$ е много малка в сравнение с радиуса на Слънцето, то обемът на слоя лед е:

$$V \approx S d = 4\pi R_{\odot}^2 d \quad (1 \text{ т.})$$

Плътността на водния лед е $\rho \approx 0.9 \text{ kg/m}^3$ (1 т.), а специфичната му топлина на топене е $\lambda = 334 \times 10^3 \text{ J/kg}$ (1 т.). Общото количество топлинна енергия, необходимо за разтопяването на леда, е:

$$Q = V\rho\lambda \quad (2 \text{ т.})$$

Ако светимостта на Слънцето е L , то ледът ще се стопи за време:

$$t = Q/L = (4\pi R_{\odot}^2 \rho\lambda)/L \quad (2 \text{ т.})$$

$$t \approx 68 \text{ sec.} \quad (1 \text{ т.})$$

5. (6 точки) Апексът е точката от небесната сфера, по направление на която се движи Слънчевата система, а антиапексът е диаметрално противоположната точка (1 т.). Видимите ъгливи разстояния между звездите, намиращи се около апекса, трябва, общо взето, да се увеличават (1 т.), защото към тези звезди ние се приближаваме. В повечето случаи, ако наблюдаваме две звезди близки до апекса, то с нашето приближаване към тях ние ще виждаме отсечката, която свързва двете звезди, под все по-голям ъгъл (3 т.). Подобен ефект се наблюдава, когато пътуваме с кола. Крайпътните дървета от двете страни на пътя се отдалечават видимо едно от друго в две посоки с нашето приближаване към тях. Видимите ъгливи разстояния между звездите около антиапекса трябва да намаляват, защото от тях ние се отдалечаваме (1 т.).

6. (6 точки) Летоброенето от новата ера, или от раждането на Христос, няма нулева година. То започва с година 1-ва (1 т.). Затова 2000-ната година е последната година от дваисетия век или от второто хилядолетие на новата ера. Противоположно на заблудението на много хора, истината е, че новият дваисет и първи век и новото трето хилядолетие започват не на 1 януари 2000 година, а на 1 януари 2001 година (2 т.). Най-рано на Земята новото хилядолетие ще настъпи в 0^h местно време на меридиана на смяна на датите, който се намира на 180° от Гриничкия меридиан (3 т.).

Максимално възможен брой точки - 40. До втория кръг на олимпиадата се допускат участниците, получили най-малко 20 точки.

РЕШЕНИЯ
НА ЗАДАЧИТЕ ОТ ПЪРВИЯ КРЪГ
НА II НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Ученици от X - XII клас:

1. (9 точки) На полюса върху тялото действа само силата на земното притегляне. Следователно теглото на тялото там ще бъде:

$$G_n = mg \quad (1 \text{ т.})$$

където m е масата на тялото, а $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ е земното ускорение. На екватора върху тялото освен силата на земното притегляне, която е насочена към центъра на Земята, действа и центробежна сила, насочена в обратна посока **(1 т.)**. Това е инерчна сила, дължаща се на въртенето на Земята около нейната ос. На екватора тази сила е:

$$F = m\omega^2 R_e = 4\pi^2 m R_e / T_e^2 \quad (1 \text{ т.})$$

където ω е ъгловата скорост на околоосно въртене на Земята, $R_e = 6370 \text{ km}$ **(1 т.)** е земният радиус, а $T_e = 24^h$ е периодът на въртене на Земята. Теглото на тялото на екватора ще бъде:

$$G_e = mg - F = mg - 4\pi^2 m R_e / T_e^2 \quad (2 \text{ т.})$$

Ако едно тяло се премести от полюса на екватора, то теглото му ще намалее с:

$$\delta G = [(G_n - G_e) / G_n] \cdot 100\% = (4\pi^2 R_e / g T_e^2) \cdot 100\% \quad (2 \text{ т.})$$

$$\delta G \approx 0.34 \% \quad (1 \text{ т.})$$

2. (10 точки) С намаляването на масата на Слънцето намалява и силата, с която то привлича всяка от планетите **(1 т.)**. В резултат на това разстоянията на планетите до Слънцето постепенно трябва да се увеличават **(2 т.)**.

Нека в даден момент една планета има скорост на движение относно Слънцето v и се намира на разстояние r от него. Приемаме за простота, че скоростта на движение на планетата е насочена перпендикулярно на правата, която свързва планетата и Слънцето. Ако в същия този момент Слънцето изведнъж изчезне, то планетата ще продължи да се движи в пространството равномерно и праволинейно със скорост v . Но ако Слънцето си остане там, то поради неговото привличане, траекторията на планетата ще се изкриви. Тя може да стане елипса, окръжност, парабола или хипербола. Планетата ще се движи по кръгова орбита в случай, че нейното центростремително ускорение a_c е равно на ускорението a_g на силата, с която Слънцето привлича планетата:

$$a_c = a_g \quad (1)$$

Центростремителното ускорение на планетата при движение със скорост v по кръгова орбита с радиус r е:

$$a_c = v^2 / r,$$

а ускорението на гравитационната сила на Слънцето е:

$$a_g = \gamma M_{\odot} / r^2,$$

където γ е гравитационната константа, M_{\odot} е масата на Слънцето. От (1) следва, че за да се движи планетата по кръгова орбита около Слънцето, нейната скорост трябва да е:

$$v = (\gamma M_{\odot} / r)^{1/2} \quad (2)$$

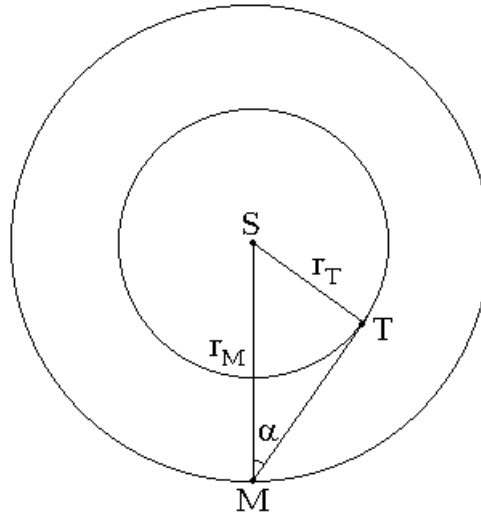
Това е формулата за първа космическа скорост за Слънцето на разстояние r . Нека предположим, че (1) е изпълнено и планетата наистина се движи по кръгова орбита. Ако от даден момент нататък масата на Слънцето започне постепенно да намалява, ще намалява и силата на привличане, която то упражнява върху планетата, а също и ускорението на тази сила. В първия момент, обаче, скоростта на планетата е същата, както преди масата на Слънцето да започне да намалява. Равенствата (1) и (2) ще се нарушат. Планетата няма вече да се движи по кръгова орбита. Т.е. гравитационното въздействие на Слънцето вече

няма да може да изкривява траекторията на планетата достатъчно силно, така че тя да остане на същото разстояние **(5 т.)**. Планетата постепенно ще се отдалечава от Слънцето по спирала **(2 т.)**.

3. (8 точки) За един марсиански наблюдател Земята се намира на максимално ъглово отстояние α от Слънцето, когато е в максимална източна или западна елонгация **(3 т.)** (или когато за нас Марс е съответно в западна или източна квадратура). Разстоянието от Земята до Слънцето е $r_T = 1 \text{ AU}$, а от Марс до Слънцето е $r_M = 1.524 \text{ AU}$ **(1 т.)**. На Фиг.3 с М е означено положението на Марс, с Т - на Земята, а с S - на Слънцето. От правоъгълния триъгълник MTS намираме:

$$\sin \alpha = r_T / r_M \quad \text{(3 т.)}$$

$$\alpha = \arcsin(r_T / r_M) \approx 41^\circ. \quad \text{(1 т.)}$$



Фиг. 3

4. (8 точки) Лунната ос е наклонена спрямо перпендикуляра към равнината на еклиптиката на ъгъл $\varepsilon_L = 90^\circ - 88.5^\circ = 1.5^\circ$ **(1 т.)**. Северната полярна окръжност ограничава областта около северния полюс на Луната, където при лунното зимно слънцестоене центърът на слънчевия диск не изгрява над математическия хоризонт **(1 т.)**. Следователно северната полярна окръжност на Луната е лунният паралел, намиращ се на 1.5° от северния лунен полюс, или паралелът с 88.5° северна селенографска ширина **(2 т.)**. Северната тропична окръжност минава през точките, от които Слънцето се вижда в зенита по пладне при лунното лятно слънцестоене **(1 т.)**. Тя е на 1.5° от екуатора, т.е. на 1.5° северна селенографска ширина **(2 т.)**. Южните полярна и тропична окръжности са разположени симетрично на северните в южното лунно полукълбо **(1 т.)**.



Фиг. 4

5. (9 точки) От формулата за увеличение на телескоп:

$$W = F/f, \quad (1 \text{ т.})$$

където F е фокусното разстояние на обектива на телескопа, а f е фокусното разстояние на окуляра, приложена към училищния телескоп, получаваме за фокусното разстояние на окуляра:

$$f = F_{\text{уч.}}/W_{\text{уч.}} = 1000 \text{ mm}/200 = 5 \text{ mm}. \quad (1 \text{ т.})$$

Тогава увеличението на големия рефрактор на Йеркската обсерватория със същия окуляр ще бъде:

$$W_{\text{Йерк}} = F_{\text{Йерк}}/f = 19360 \text{ mm}/5 \text{ mm} = 3872 \text{ пъти}. \quad (1 \text{ т.})$$

Известно е, че образът на обект с ъглов размер δ'' (дъгови секунди) във фокалната равнина на обектива на телескопа ще има линеен размер:

$$d = \delta'' F/206265, \quad (2 \text{ т.})$$

където F е фокусното разстояние на обектива. Пръстенът (диафрагмата) на окуляра ограничава във фокалната равнина област с диаметър $d = 3 \text{ mm}$. Това съответства на ъглов диаметър на наблюдаваната област:

$$\delta'' = 206265 d/F. \quad (2 \text{ т.})$$

За училищния телескоп:

$$\delta'' = 206265 d/F_{\text{уч.}} = 206265 \times 3/1000 = 609'' \approx 10'. \quad (1 \text{ т.})$$

За големия рефрактор на Йеркската обсерватория:

$$\delta'' = 206265 d/F_{\text{Йерк}} = 206265 \times 3/19360 \approx 32''. \quad (1 \text{ т.})$$

6. (10 точки) Нека първоначално звездата да има светимост L и абсолютна звездна величина M . Съгласно закона на Стефан-Болцман за излъчването на абсолютно черно тяло:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \quad (1 \text{ т.})$$

където R е радиусът на звездата, σ е константата на Стефан-Болцман, а T е температурата на звездата. Относителното намаление на радиуса на звездата е $\delta R = 2\%$. Абсолютното намаление на радиуса на звездата е $\Delta R = R \delta R/100\%$. Аналогично, ако δT е относителното увеличение на температурата на звездата, то абсолютното увеличение ще бъде $\Delta T = T \delta T/100\%$ (2 т.). След тези изменения светимостта на звездата ще стане:

$$L_1 = 4\pi(R - \Delta R)^2 \sigma (T + \Delta T)^4 = 4\pi R^2 (1 - \delta R/100)^2 \sigma T^4 (1 + \delta T/100)^4$$

$$L_1 = L (1 - \delta R/100)^2 (1 + \delta T/100)^4. \quad (1 \text{ т.})$$

Абсолютната звездна величина на звездата ще се измени с ΔM и ще стане:

$$M_1 = M + \Delta M.$$

Използвайки формулата на Погсон, намираме:

$$\lg(L/L_1) = 0.4(M_1 - M) = 0.4\Delta M \quad (2 \text{ т.})$$

$$\Delta M = 2.5 \lg(L/L_1) = 2.5 \lg[(1 - \delta R/100)^{-2} (1 + \delta T/100)^{-4}]$$

$$\Delta M = -5 \lg(1 - \delta R/100) - 10 \lg(1 + \delta T/100) \quad (2 \text{ т.})$$

$$\Delta M \approx -0.04^m \quad (1 \text{ т.})$$

Абсолютната звездна величина на звездата ще намалее, а светимостта ѝ ще се увеличи. (1 т.)

7. (6 точки) Летоброенето от новата ера, или от раждането на Христос, няма нулева година. То започва с година 1-ва (**1 т.**). Затова 2000-ната година е последната година от двайсетия век или от второто хилядолетие на новата ера. Противоположно на заблудението на много хора, истината е, че новият двайсет и първи век и новото трето хилядолетие започват не на 1 януари 2000 година, а на 1 януари 2001 година (**2 т.**). Най-рано на Земята новото хилядолетие ще настъпи в 0^h местно време на меридиана на смяна на датите, който се намира на 180° от Гриничкия меридиан (**3 т.**).

Максимално възможен брой точки - 60. До втория кръг на олимпиадата се допускат участниците, получили най-малко 30 точки.

**ЗАДАЧИ ЗА II КРЪГ НА II НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
06.03.1999 Г.**

Ученици от VII - IX клас:

1. Избройте възможно най-голям брой съзвездия:
 - а) носещи имена на птици, които съществуват в природата;
 - б) носещи собствени имена на митични герои.
2. Луната е в съзвездието Рак и е във фаза първа четвърт. През кой сезон се случва това?
3. В едно свое съчинение от 1623 г. Галилео Галилей описва как е конструирал телескопа. Той научава, че холандски майстор е изобретил оптическа тръба, през която далечните предмети се виждат така ясно, сякаш се намират съвсем наблизко. Без да има информация за устройството на тръбата, Галилей решава да направи такъв инструмент. Първоначално той се убеждава, че едно "стъкло", по неговия израз, не е достатъчно. Тогава минава към комбинация от две различни стъкла. Плоското стъкло не променя наблюдаваните предмети. Следователно съчетаването му с вдлъбнато ("тънко по средата") или изпъкнало ("дебело по средата") стъкло няма да даде ефект. "Затова – казва Галилей – ми оставаше да изпробвам какво ще се получи при съчетаването на двете останали стъкла, т.е. на изпъкналото и на вдлъбнатото, и тогава открих това, към което се стремях".
Начертайте схема на телескопа на Галилей. Кое "стъкло" ще бъде обектив и кое окуляр? Каква ще бъде дължината на тръбата на телескопа, ако обективът му има фокусно разстояние 60 cm, а увеличението на телескопа е 3 пъти?
4. Самолет излита от екватора. По време на полета за наблюдателите на борда на самолета, Слънцето е непрекъснато в зенита. Кога през годината и по кое време на денонощието трябва да излети самолетът? С каква скорост и в каква посока трябва да се движи?
5. Ракета излита вертикално нагоре и се движи с постоянно ускорение, равно на земното ускорение g . Обяснете качествено как ще се променя теглото на телата, намиращи се в ракетата, с отдалечаването ѝ от Земята? Какво ще бъде теглото на едно тяло в ракетата в началото на полета, когато тя е близо до земната повърхност, и когато ракетата се отдалечи на много голямо разстояние от Земята?

Справочни данни: екваториален радиус на Земята $R = 6378$ km.

Ученици от X - XII клас:

1. а) Избройте възможно най-голям брой съзвездия, наречени на фантастични живи същества, които се срещат само в легендите.
б) В кои съзвездия се намират следните обекти: Хиадите, Плеядите, звездният куп Ясли, звездният куп Косите на Вероника, звездният куп M13?
2. Звездата Толиман (α Cen), е една от най-ярките звезди на небето. В системата α Cen компонентата A има светимост 1.6 пъти по-голяма от светимостта на Слънцето, а светимостта на компонентата B е 0.45 от светимостта на Слънцето. Паралаксът на α Cen е $0''.75$. Каква е видимата болометрична звездна величина на α Cen, ако абсолютната болометрична звездна величина на Слънцето е $4^m.72$?
3. При наблюдение на окултация (покрытие) на Юпитер от Луната е било установено, че видимият диск на Юпитер се скрива зад Луната за 90 sec. Намерете видимия ъглов диаметър на Юпитер. Приемете, че движението на Луната около Земята е равномерно и че окултацията е централна (видимото сближаване на Юпитер и Луната става по линията, свързваща центровете на техните дискове). Собственото видимо движение на Юпитер да се пренебрегне. Окултацията се наблюдава от самолет,

лятящ над екватора. Луната се вижда от самолета през цялото време в зенита. В каква посока трябва да лети самолетът? Намерете скоростта му.

4. В двойна система влизат звезди с плътности ρ_1 и ρ_2 и радиуси R_1 и R_2 . Определете отношението на техните скорости v_1/v_2 .
5. Защо дългопериодичните затъмнителни променливи звезди се наблюдават по-рядко от късопериодичните?

Справочни данни: екваториален радиус на Земята $R = 6378$ km, звездно денонощие $T_ = 23^d 56^m 04^s$, сидеричен лунен месец $T_L = 27^d.3216$.*

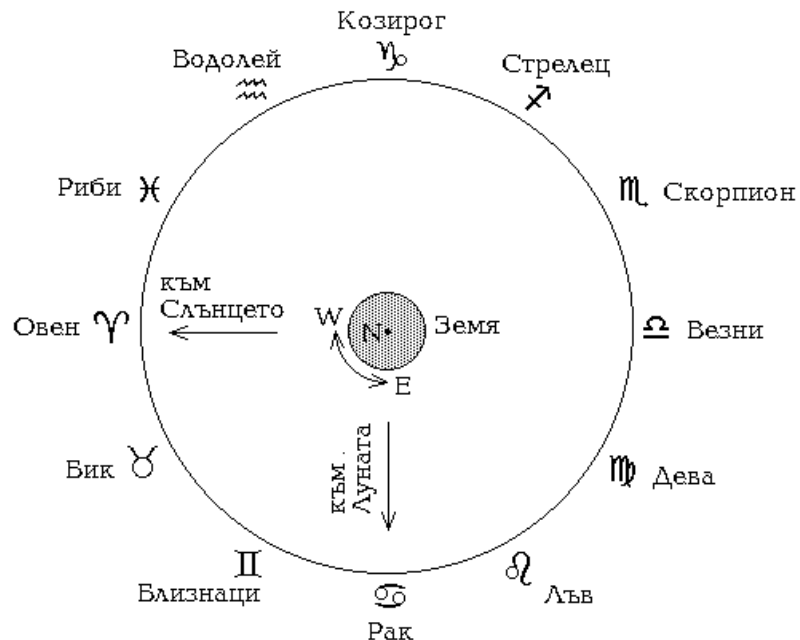
РЕШЕНИЯ
на
задачите от II кръг на II национална олимпиада по
АСТРОНОМИЯ

- ученици 7 + 9 клас (общо 70 гочки)

1 задача. (14 т.)

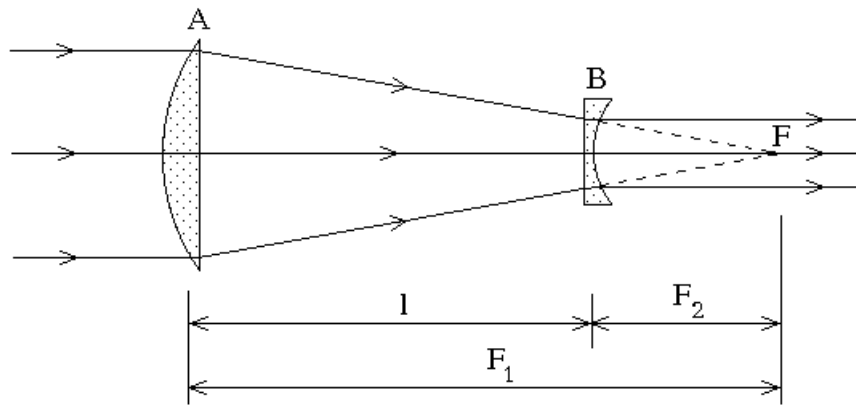
- А) Лебед, Орел, Гарван, Гълъб, Тукан, Жерав, Паун, Райска птица. (8 т.)
Б) Орион, Андромеда, Персей, Касиопея, Цефей, Херкулес. (6 т.)

2 задача. (14 т.) Щом Луната е във фаза първа четвърт, тя се намира на 90° източно от Слънцето. Следователно Слънцето е на 90° на запад от нея по еклиптиката (4 т.). Редът на зодиакалните съзвездия следва видимото годишно движение на Слънцето от запад на изток. За да разберем къде е Слънцето, трябва да се върнем по този ред с три съзвездия назад (на запад) от Рак (2 т.). Те са Близнаци, Бик, Овен. Така заключаваме, че Слънцето трябва да се намира в Овен (4 т.) или в някое от съседните му зодиакални съзвездия - в източната част на Риби, или в западната част на Бик - защото зодиакалните съзвездия заемат различни по големина площи от небето и защото не е дадена точна дата. Във всички тези случаи Слънцето има по-голяма ректасцензия от пролетната равноденствена точка, която е в западната част на Риби. Следователно сезонът е пролет (4 т.).



3 задача. (14 т.) За обектив на телескопа ще служи плоско изпъкналата леща А, а за окуляр – плоско вдлъбнатата леща В (4 т.) (с двойно изпъкнала и двойно вдлъбната леща се получава същият ефект, но тук споменаваме плоско изпъкнала и плоско вдлъбната, защото исторически именно с такива лещи е бил направен първият телескоп на Галилео Галилей).

На чертежа е показан ходът на успореден сноп лъчи, идващи от звезда, която се вижда в центъра на зрителното поле на телескопа (5 т.).



Ако $F_1 = 60 \text{ cm}$ е фокусното разстояние на обектива, а $W = 3$ е увеличението на телескопа, то

$$W = F_1 / F_2 \quad (2 \text{ т.})$$

където F_2 е фокусното разстояние на окуляра на телескопа. Следователно

$$F_2 = F_1 / W = 20 \text{ cm} \quad (1 \text{ т.})$$

Дължината на тръбата на телескопа е

$$l = F_1 - F_2 \quad (1 \text{ т.})$$

$$l = 60 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm.} \quad (1 \text{ т.})$$

4 задача. (14 т.) На екватора Слънцето се вижда в зенита по местно пладне (1 т.) в дните на пролетното и есенното равноденствие (2 т.). Именно в един от тези дни на годината и в такъв момент от местно време за изходния пункт трябва да излети самолетът (2 т.) и да се движи на запад- в посока обратна на околоосното въртене на Земята (3 т.). Скоростта на самолета трябва да е равна на линейната скорост на движение на точка от земния екватор относно линията Земя-Слънце (2 т.), или

$$v = 2\pi R_e / T_{\odot} \quad (2 \text{ т.})$$

където $R_e = 6378 \text{ km}$ е радиусът на Земята, а $T_{\odot} = 24^h$ е продължителността на слънчевото денонощие (1 т.). Окончателно:

$$v = (2 \times 3.14 \times 6378 \text{ km}) / 24^h \approx 1669 \text{ km/h.} \quad (1 \text{ т.})$$

Това е приблизително решение на задачата. За да получим по-точно решение, трябва да отчетем факта, че Слънцето може да се види в зенита на екватора само в момента на пролетното и есенното равноденствие, а също и да работим с ъгловата скорост на видимото движение на истинското Слънце, а не на средното Слънце. Следователно самолетът трябва да излети от такава точка на екватора, където моментът на равноденствието съвпада с момента на истинското пладне. Поради движението на Слънцето по еклиптиката, неговата деклинация се изменя непрекъснато и е равна на нула единствено в самите моменти на равноденствията. За да остане наистина Слънцето в зенита за наблюдател от самолета, е необходимо в случай, че е пролетно равноденствие, самолетът да се движи не точно на запад, а малко на северозапад, а при есенното равноденствие – малко на югозапад.

5 задача. (14 т.) Върху един предмет, намиращ се на борда на ракетата, действа силата на земното притегляне F_g (2 т.) и инерчната сила F_i , насочена обратно на посоката на ускорение на ракетата (2 т.). Ако масата на предмета е m , то според закона на Нютон за всеобщото привличане:

$$F_g = G m M_e / r^2, \quad (1 \text{ т.})$$

където G е гравитационната константа, M_e е масата на Земята, а r е разстоянието от ракетата до центъра на Земята в даден момент. Следователно с отдалечаването на ракетата от Земята F_g намалява. От друга страна

$$F_i = mg \quad (1 \text{ т.})$$

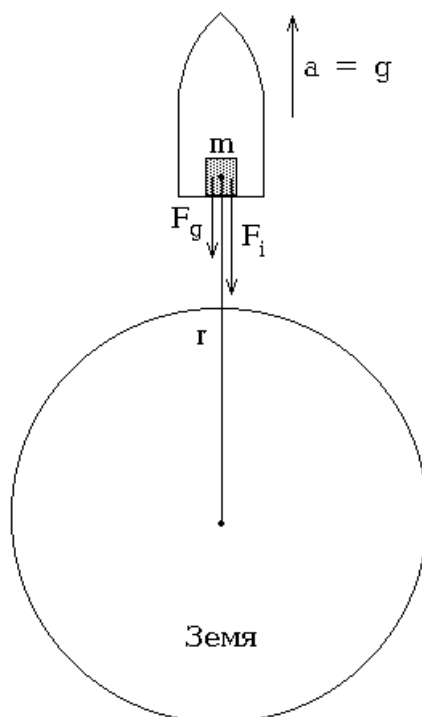
Теглото на тялото ще бъде:

$$F = F_i + F_g = G m M_e / r^2 + mg. \quad (3 \text{ т.})$$

Имайки пред вид, че когато ракетата е на повърхността на Земята, е изпълнено

$$G M_e / r^2 = g$$

заклучаваме, че с отдалечаване на ракетата от Земята теглата на предметите намаляват (3 т.) от $F_0 = 2 mg$ (1 т.), когато ракетата е на земната повърхност, до $F_{\infty} = mg$ (1 т.), когато ракетата е на безкрайно разстояние от Земята.



- ученици 10 + 12 клас (общо 75 точки)

1 задача. (12 т.)

А) Козирог, Дракон, Пегас, Центавър (или Кентавър), Хидра, Еднорог, Феникс (7 т.)

Б) Хиадите и Плеядите са в Бик, Ясли - в Рак, М13 - в Херкулес, а звездният куп Косите на Вероника е в съзвездието Косите на Вероника (всъщност те са едно и също нещо, в случай че имаме пред вид стария смисъл на думата съзвездие, според който съзвездие означава просто група от звезди) (5 т.).

2 задача. (10 т.) $L_A = 1.6 L_{\odot}$ е светимостта на компонента А, изразена в единици слънчева светимост L_{\odot} , а $L_B = 0.45 L_{\odot}$ е светимостта на компонента В. Ако E_A , E_B и E_{\odot} са осветеностите, създавани на стандартното разстояние от 10 pc, съответно от компонентите А и В и от Слънцето, то

$$E = E_A + E_B$$

е осветеността, създавана на същото разстояние от системата α Сеп. Тогава:

$$E / E_{\odot} = (E_A + E_B) / E_{\odot} = (L_A + L_B) / L_{\odot} \quad (1)$$

тъй като E_A , E_B и E_{\odot} са величини пропорционални съответно на L_A , L_B и L_{\odot} (2 т.). Ако M_{\odot} е абсолютната звездна величина на Слънцето, а M – на системата α Сеп, то съгласно формулата на Погсон:

$$\lg (E / E_{\odot}) = 0.4 (M_{\odot} - M)$$

Имайки пред вид (1), оттук получаваме:

$$M = M_{\odot} - 2.5 \lg [(L_A + L_B) / L_{\odot}] \quad (2 \text{ т.})$$

$$M = 4^{\text{m.}72} - 2.5 \lg (1.6 + 0.45) \approx 3^{\text{m.}94} \quad (2)$$

Ако паралаксът на α Сеп е π'' , то разстоянието до нея, изразено в pc, е:

$$r[\text{pc}] = 1 / \pi'' \quad (3)$$

На разстояние r системата α Сеп има видима звездна величина m и създава осветеност E_r . Според закона на Ламберт $E_r \sim 1 / r^2$, а също $E \sim 1 / (10 \text{ pc})^2$, следователно:

$$E_r / E = (10 \text{ pc})^2 / r^2.$$

Използвайки отново формулата на Погсон, получаваме:

$$\lg (E_r / E) = 0.4 (M - m)$$

$$\lg [(10 \text{ pc})^2 / r^2] = 0.4 (M - m)$$

Оттук и от (3) и (2) намираме последователно:

$$m = M - 5 + 5 \lg r = M - 5 - 5 \lg \pi'' \quad (5 \text{ т.})$$

$$m \approx -0^{\text{m.}43} \quad (1 \text{ т.})$$

3 задача. (18 т.) Ако Юпитер се вижда непрекъснато в зенита за наблюдател на борда на самолета, то при изчисление на неговия видим ъглов диаметър $\delta_{Ю}$ е необходимо да отчетем само движението на Луната около Земята **(2 т.)**.

$$\delta_{Ю} = 360^\circ \cdot t / T_L,$$

където $t = 90 \text{ sec}$ е времето, за което дискът на Юпитер се скрива зад Луната, а $T_L = 27^d.3216$ е сидеричният лунен месец **(3 т.)**.

$$\delta_{Ю} \approx 0^\circ.013725 = 49''.4 \quad \textbf{(1 т.)}$$

За да се вижда Юпитер винаги в зенита, самолетът трябва да лети над екватора на запад, т.е. в посока обратна на околоосното въртене на Земята **(2 т.)**. Отначало намираме ъгловата скорост ω на самолета спрямо наблюдател в центъра на Земята:

$$\omega = \omega_s - \omega_L \quad \textbf{(4 т.)}$$

където ω_s и ω_L са ъгловите скорости съответно на околоосното въртене на Земята и на орбиталното движение на Луната около Земята. Ако $T_s = 23^h56^m04^s$ е периодът на околоосно въртене на Земята спрямо неподвижните звезди (звездно денонощие), то:

$$\omega = (2\pi / T_s) - (2\pi / T_L) = 2\pi [(1 / T_s) - (1 / T_L)] \quad \textbf{(2 т.)}$$

Линейната скорост на движение на самолета е $v = \omega R_s$, където $R_s = 6378 \text{ km}$ е екваториалният радиус на Земята.

$$v = 2\pi R_s [(1 / T_s) - (1 / T_L)] \quad \textbf{(3 т.)}$$

$$v \approx 0.4478 \text{ km/sec} \approx 1612 \text{ km/h.} \quad \textbf{(1 т.)}$$

4 задача. (16 т.) Масите на звездите са M_1 и M_2 , а обемите им V_1 и V_2 .

$$M_1 = \rho_1 V_1 = (4 / 3)\pi R_1^3 \rho_1; \quad M_2 = \rho_2 V_2 = (4 / 3)\pi R_2^3 \rho_2 \quad \textbf{(2 т.)}$$

Импулсите на звездите са съответно:

$$\mathbf{p}_1 = M_1 \mathbf{v}_1; \quad \mathbf{p}_2 = M_2 \mathbf{v}_2 \quad \textbf{(1 т.)}$$

Считаме, че двойната звезда е много отдадена от всички други космически обекти и не изпитва въздействие от тях, т.е. може да се счита за затворена система **(1 т.)**. Съгласно закона за запазване на импулса относно огправна система, свървана с центъра на масите на системата:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0 \quad \textbf{(5 т.)}$$

$$\Rightarrow \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2, \quad \Rightarrow |\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2| \quad \Rightarrow M_1 v_1 = M_2 v_2 \quad \textbf{(1 т.)}$$

Оттук следва, че:

$$v_1 / v_2 = M_2 / M_1 \quad \textbf{(2 т.)}$$

$$v_1 / v_2 = [(4 / 3)\pi R_2^3 \rho_2] / [(4 / 3)\pi R_1^3 \rho_1]$$

$$v_1 / v_2 = (R_2^3 \rho_2) / (R_1^3 \rho_1) \quad \textbf{(4 т.)}$$

5 задача. (19 т.) За да можем да наблюдаваме една двойна звездна система като затъмнителна променлива звезда, равнината на орбитите на двете компоненти в системата трябва да е ориентирана спрямо нас така, че те да се затъмняват при движението си една около друга **(2 т.)**. Според третия закон на Кеплер, приложен за двойна звездна система, ако T е орбиталният период на компонентите, а a е голямата полуос на орбитата на едната компонента в отправна система, свързана с другата компонента:

$$a^3 / T^2 = K$$

където $K = G (M_1 + M_2) / (4\pi^2)$ е константата на Кеплер. Следователно:

$$a = K T^{2/3} \quad \text{или} \quad a \sim T^{2/3}. \quad \textbf{(2 т.)}$$

Т.е., при дългопериодичните звездни системи компонентите, общо взето, са раздалечени на по-голямо разстояние една от друга **(2 т.)**. На чертежа са показани компонентите А и В. Очевидно в даден момент системата може да се вижда като затъмнително двойна само от наблюдатели, намиращи се в защрихованите сектори, ограничени от правите x_x и y_y **(3 т.)**. Колкото разстоянието a между компонентите А и В е по-голямо, толкова по-малък е ъгълът ϕ , който тези прави сключват, и следователно толкова по-ограничен е секторът от пространството, откъдето системата може да се наблюдава като затъмнително двойна звезда **(3 т.)**. Ето защо, при равни други условия, вероятността една дългопериодична двойна система да е ориентирана по подходящ начин към нас е по-малка, отколкото една късопериодична система **(2 т.)**.

Освен това, измежду всички двойни звезди, които са ориентирани към нас така, че да можем да ги наблюдаваме като затъмнителни, дългопериодичните по-трудно се откриват, понеже техните минимума на блясъка се случват по-рядко **(5 т.)**.

